



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

NYPL RESEARCH LIBRARIES



3 3433 06275696 4

IL NUOVO CIMENTO

JORNALE FONDATA PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO.

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XIII.

MARZO e APRILE

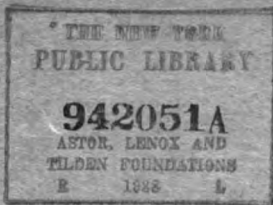
(Pubblicato il 21 Maggio 1885)

1885

PISA.

TIP. TIERACCINI DIR. DA P. SALIGNI

INDICE



Studi sulla riflessione cristallina — GIUSEPPE BASSO	pag. 89
Sulla determinazione del coefficiente di diffusione del vapor acqueo nell'aria, nell'idrogeno e nell'acido carbonico — Nota del Dott. GIOVANNI GUGLIELMO	304
Sulle apparenze elettrolitiche alla superficie di un cilindro — Studio teorico del Dott. VITO VOLTERRA	119
Sulla lunghezza di una o più scintille elettriche di un condensatore e sulle modificazioni che esse subiscono per effetto delle varie resistenze	
... ito di scarica — VII. Memoria del Prof. EMILIO VILLAR	
A proposito di una nota di E. Wiedemann — E. FOSSATI	

RIVISTA

Comptes Rendus, 1882. — E. H. AMAGAT. Sopra le esperienze per determinare la compressibilità dell'azoto	165
ED. SARASIN. Indici di rifrazione ordinaria e straordinaria dello spato d'Islanda, per i raggi diversi, fino all'estremo ultravioletto	"
M. QUEZ. Le forze d'induzione sviluppate dal sole nei corpi, in virtù della sua rotazione, a condizioni uguali variano in ragione inversa del quadrato della distanza	"
G. LIPPMAN. Sopra la teoria dei doppi strati elettrici dell'Helmholtz. Calcolo della grandezza dell'intervallo molecolare	"
D. TOMMASI. Sopra la elettrolisi dell'acido cloridrico	"
G. WIEDEMANN. Die Lehre von der Elektrizität	"
G. CABANELLAS. Nel trasporto dell'energia con due macchine dinamo elettriche identiche, l'utile è uguale al prodotto del rapporto delle velocità pel rapporto dei campi	"
ALLARD, JOUBERT, LE BLANC, POTIER, TRESCA. Risultati dell'esperienze fatte all'Esposizione di elettricità sopra le macchine ed i regolatori a corrente continua	"
A. LEDIEU. Concetto razionale della natura e della propagazione della elettricità ec.	16
G. A. HIRN. Sopra la efficacia dei parafulmini	"
CHATRIAN e JACORS. Applicazione della legge sui colori complementari, alla decolorazione passeggera dei diamanti colorati in giallo	"
M. DEPREZ. Nuove espressioni del rendimento economico dei motori elettrici	"
A. CORNU. Sopra il confronto fra le stria telluriche e le metalliche, per valutare i poteri assorbenti dell'atmosfera	"
G. CABANELLAS. Risultati erronei ai quali, per le macchine dinamo elettriche, condurrebbero le espressioni meccaniche del lavoro e del rendimento dei motori, proposte da M. Deprez	"
ALLARD, LE BLANC, JOUBERT, POTIER, TRESCA. Risultati delle esperienze fatte all'Esposizione della Elettricità, sopra le macchine ed i regolatori a correnti alternative	"

STUDI SULLA RIFLESSIONE CRISTALLINA; PER GIUSEPPE BASSO (1).

PARAGRAFO SECONDO.

*Conservazione delle forze vive eteree alla superficie
che separa due mezzi trasparenti.*

Un raggio polarizzato rettilineamente è costituito dal moto vibratorio rettilineo che si propaga attraverso l'etere in una determinata direzione, per modo che le linee di vibrazione, trasversali alla linea di propagazione, giacciono tutte in uno stesso piano. Non esiste fenomeno ottico, dal cui esame direttamente si possa riconoscere quale posizione abbia, per un raggio polarizzato, il piano che contiene tutte le linee di vibrazione rispetto a quell'altro piano che dalle esperienze è indicato come piano di polarizzazione. Però l'interpretazione di molte leggi, specialmente riguardanti la doppia rifrazione, sarebbe assai difficile se non si ammettesse che questi due piani sono fra loro perpendicolari. Cosicchè si può ritenere che l'ortogonalità del piano di polarizzazione rispetto a quello delle vibrazioni è dimostrata, quantunque in modo indiretto, da fatti importanti, fra i quali cito solo il seguente. L'esperienza prova che il raggio ordinario attraversante un cristallo uniasse è polarizzato nella sezione principale di questo. Ora, la velocità di propagazione del raggio ordinario essendo la stessa in ogni direzione, col cambiare di quest'ultima le linee di vibrazione dell'etere debbono formare un angolo costante coll'asse ottico del cristallo. Ma le linee di vibrazione sono normali al raggio; perciò non potranno mantenere invariato il loro angolo coll'asse mentre la direzione del raggio cambia, se non a patto che esse siano normali all'asse stesso. Le linee di vibrazione sono adunque normali ad un tempo al raggio ed all'asse; e, questi due giacendo nella sezione principale che è pure piano di polarizzazione, il piano che le contiene è anche normale allo stesso piano di polarizzazione. Questa conclusione si può

(1) *Continuazione.* Vedi pag. 13 del volume precedente.

estendere a qualunque caso, perchè tutti i raggi polarizzati, qualunque sia la causa della loro polarizzazione, godono delle stesse proprietà e sono egualmente costituiti.

Ciò premesso, si esamini il passaggio del moto etereo dal vuoto in un mezzo ponderale che può essere rappresentato da un cristallo birifrangente.

Presa sulla superficie del cristallo una porzione q piccolissima ed arbitraria, si consideri tale porzione come sezione comune di quattro fascetti luminosi, diretti secondo i raggi incidente, riflesso e i due rifratti. Si limitino questi fascetti in modo che, per ciascuno di essi, la lunghezza sia eguale alla lunghezza d'onda del moto corrispondente, e si considerino le quantità di etere contenute nei quattro prismetti che così ne risulteranno. Essendo i l'angolo d'incidenza, r e ρ gli angoli di rifrazione per i due raggi birifratti, l la lunghezza d'onda pel moto incidente, l' , l'' le lunghezze d'onda pei moti rifratti, i volumi dei quattro prismetti sono rispettivamente:

$$l q \cos i, \quad l q \cos i, \quad l' q \cos r, \quad l'' q \cos \rho,$$

poichè le loro sezioni rette sono:

$$q \cos i, \quad q \cos i, \quad q \cos r, \quad q \cos \rho.$$

In ciascuno dei quattro prismi il moto vibratorio, in un certo istante, varia di fase da sezione a sezione retta, ed in maniera che in tutto il prisma siano rappresentate contemporaneamente tutte le fasi possibili di vibrazione. Inoltre questi prismi eterei sono tali che il tempo impiegato dal moto luminoso a propagarsi lungo ciascuno di essi è lo stesso per tutti, ed è uguale alla durata di vibrazione che si indicherà con T . E siccome il moto riflesso ed i due moti rifratti altro non sono che il risultato della trasformazione integrale avvenuta nel moto incidente, il principio di conservazione delle forze vive esige che la forza viva, la quale in un istante qualunque anima la massa eterea del prisma corrispondente al moto incidente eguagli la somma delle forze vive che, nello stesso istante, animano le masse eterree degli altri tre prismi, corrispondenti al moto riflesso ed a due moti rifratti.

Proponiamoci di calcolare ciascuna di queste quattro forze

NEW YORK
CLUB
LIBRARY

vive. Prendasi come unità la velocità vibratoria incidente; e si intenda sempre per *velocità vibratoria* nel moto vibratorio rettilineo dell'etere la velocità massima della vibrazione, cioè quella che anima la particella vibrante quando passa per la sua posizione d'equilibrio. Le particelle eterree, che sono situate sulla base del prisma incidente più lontana dalla superficie riflettente, sono animate, alla fine del tempo t qualunque, da una velocità che si può esprimere con

$$\text{sen } \frac{2\pi t}{T}.$$

Invece le particelle che occupano una sezione retta situata alla distanza x da quella base avranno la velocità comune

$$\text{sen } 2\pi \left\{ \frac{t}{T} - \frac{x}{l} \right\}.$$

Sia δ la densità dell'etere libero. La forza viva dello straterello di grossezza dx adiacente alla sezione considerata è:

$$q \delta \cos i \cdot dx \cdot \text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l} \right),$$

e la forza viva di tutto il prisma si otterrà integrando rispetto a x da zero fino a l ; cosicchè essa sarà:

$$q \delta \cos i \int_0^l dx \text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l} \right).$$

Se chiamasi V la velocità vibratoria propria del moto riflesso, sarà

$$V \text{sen } \frac{2\pi t}{T}$$

la velocità che alla fine del tempo t anima l'etere che si trova alla base del prisma corrispondente e la forza viva totale di questo prisma sarà manifestamente:

$$V^2 q \delta \cos i \int_0^l dx \text{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l} \right).$$

La ricerca delle forze vive che si riferiscono ai due moti rifratti presenta speciali difficoltà. Invero, noi non possiamo con-

cepire la costituzione dell'etere in un mezzo birifrangente omogeneo come si fa per quella dell'etere libero o dell'etere contenuto in un mezzo isotropo.

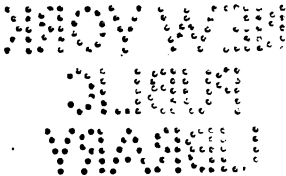
L'omogeneità di un sistema di punti materiali può essere di due specie. Il sistema è omogeneo in senso assoluto quando, condotta attraverso di esso una retta in qualunque direzione, essa incontra sopra una lunghezza arbitraria a un numero n di punti equidistanti, il qual numero non cambia col cambiare della direzione della retta; in tal caso il rapporto $\frac{a}{n}$ è costante per tutte le rette e per tutti i punti d'una retta qualunque.

Nell'etere libero o appartenente ad un mezzo monorifrangente omogeneo, i fenomeni luminosi si fanno appunto in modo da obbligarci ad ammettere in esso l'omogeneità in senso assoluto. La velocità di propagazione del moto etereo è allora la stessa per tutte le direzioni; la densità dell'etere è necessariamente costante e per conseguenza è naturale che si accolga il postulato di Fresnel, secondo cui la densità dell'etere può essere rappresentata dall'inverso quadrato della velocità di propagazione del moto.

Non così avviene per le masse eterree imprigionate nei mezzi birifrangenti e nei cristalli in genere. La omogeneità di questi corpi, e per conseguenza anche l'omogeneità dell'etere inchiusovi, va intesa in senso ristretto. Devesi cioè immaginare che le particelle eterree incontrate da una retta condotta in qualunque direzione trovinsi bensì a distanze successivamente eguali: ma che la distanza fra due successive particelle cambi di valore col variare della direzione secondo cui la retta attraversa il cristallo. Gli studi di Delafosse, di Bravais, di Beer ec. (1) intorno alla struttura interna dei cristalli ci permettono di farci un concetto abbastanza preciso della costituzione che si può attribuire all'etere nei mezzi anisotropi omogenei.

Nell'interno d'uno di questi mezzi prendasi un punto O qualunque e conducasi per esso una retta qualunque. Il modo di distribuzione dell'etere lungo questa retta varia colla sua direzione, ed esiste nella massa un numero grandissimo di punti,

(1) *Traité de Cristallographie Géométrique et Physique*, par E. Mallard, tome 1.



vicinissimi fra loro, intorno a ciascuno dei quali l'etere è disposto allo stesso modo che intorno al punto O. Chiamando, come altri fanno, *punti analoghi* questi punti che hanno proprietà identiche, risulta da ciò che ora si è detto che, se per due punti analoghi si conducono rette parallele, lungo di queste la materia eterea si trova distribuita alla stessa maniera.

Si considerino ora due punti analoghi O e A, tali che non si trovi altro punto analogo sulla retta che li congiunge. Prolungando questa retta in ambi i sensi, si troverà su di essa un numero grandissimo di punti, tutti analoghi e tali che la distanza fra due qualunque successivi è sempre eguale a OA.

Fuori della retta ora considerata prendasi un altro punto analogo B qualunque, ma tale che fra O e B e sulla loro congiungente non si trovi altro punto analogo. Sulla retta indefinita OB si troveranno pure in numero grandissimo punti analoghi e tali che la distanza di due successivi qualunque è uguale alla OB.

Se per i singoli punti analoghi distribuiti lungo la retta indefinita OA conduciamo le parallele ad OB, e per i singoli punti analoghi della indefinita OB conduciamo le parallele alla OA, abbiamo nel piano OAB un reticolo, le cui maglie sono parallelogrammi eguali a quello che ha per lati contigui OA, OB. I vertici di questi parallelogrammi rappresentano tanti punti analoghi e nel loro piano non ne esistono altri fuori di essi.

Immaginiamo ancora che lo stesso piano si muova parallelamente a se stesso fino ad incontrare un altro punto analogo C, tale che fra A e C, sulla loro congiungente, non ve ne siano altri. Sulla retta AC indefinita si hanno moltissimi punti analoghi equidistanti e la distanza fra due successivi è uguale a OC. I piani paralleli al primitivo OAB, condotti per i singoli punti analoghi della OC contengono tutti reticoli eguali, i cui vertici o nodi rappresentano tutti i punti analoghi esistenti nello spazio.

Il sistema si può dunque considerare come un reticolo a tre dimensioni, le cui maglie sono parallelepipedi similmente orientati e tutti eguali a quello che ha per spigoli contigui OA, OB, OC. I vertici di tali parallelepipedi o nodi del reticolo tengono il posto di tutti i punti analoghi da cui il sistema è costituito.

Siffatta formazione di un sistema omogeneo di particelle o

punti materiali è adottata generalmente per ispiegare la struttura dei corpi cristallizzati e per interpretarne le leggi geometriche. Ora è ben ragionevole ammettere che la massa eterea, contenuta in ognuno di questi corpi, presenti una somigliante disposizione di particelle, almeno per quella sua parte che è solidale al corpo, cioè che viene da questo trascinato con sè in caso di movimento, siccome risulta dalle ricerche sperimentali del Fizeau. Così s'intende come un elemento d'onda attraversando un cristallo, scuota nel suo propagarsi i successivi strati di un fascetto etereo, la cui densità può essere diversa secondo la sua varia direzione. Non v'ha dunque difficoltà perchè si estenda anche al moto luminoso nei cristalli il principio ammesso da Fresnel pei mezzi isotropi, cioè che si assuma sempre come rappresentante la densità dell'etere lungo una data linea l'inverso quadrato della velocità di propagazione del moto lungo la linea stessa.

Dalle note leggi della rifrazione doppia si può sempre avere l'espressione della velocità di trasmissione del moto luminoso in un mezzo birifrangente, qualunque sia la sua direzione.

Esamino subito il caso più importante, cioè quello dei cristalli uniassi. Dei due raggi rifratti che nascono da un raggio incidente qualunque, l'ordinario si propaga con velocità costante per tutte le direzioni ed eguale al reciproco dell'indice di rifrazione ordinaria; il raggio straordinario si propaga con velocità variabile colla direzione di propagazione. Adunque la massa totale d'etere contenuta in un cristallo uniasse si comporta, in quanto alla trasmissione dei due moti rifratti, come farebbero due masse compenetrantisi ma distinte; una di queste, omogenea in senso assoluto, sarebbe il veicolo del moto rifratto ordinario; l'altra, omogenea in senso ristretto, cioè assimilabile ad un reticolo a tre dimensioni a maglie eguali parallelepipedo, trasmetterebbe il moto rifratto straordinario.

Sia presa come unità la velocità della luce allo esterno del cristallo, cioè la velocità del raggio incidente. — Siano a , b le velocità di propagazione rispettivamente nella direzione trasversale e nella direzione parallela all'asse ottico del cristallo. La velocità con cui si trasporta ogni elemento d'onda ordinaria sa-

rà sempre eguale a $\frac{1}{b}$. E chiamando U la velocità di propagazione di un'onda straordinaria elementare, si sa che essa è determinata dalla relazione:

$$U^2 = a^2 - (a^2 - b^2) \cos^2 \Omega$$

dove Ω è l'angolo che fa coll'asse ottico la normale all'elemento d'onda straordinaria.

Chiamando δ' , δ'' le densità diverse che, per le considerazioni precedenti, si debbono attribuire all'etere del cristallo, secondo che esso si presta alla propagazione del moto ordinario, ovvero a quella dello straordinario, si avrà, in virtù del principio più sopra ricordato (1):

$$\delta' = \frac{\delta}{b^2}, \quad \delta'' = \frac{\delta}{U^2}.$$

Ora possiamo esprimere, anche per i due raggi rifratti, la forza viva corrispondente ai due prismi eterei, attraverso i quali si propagano durante il tempo T della vibrazione i moti ordinario e straordinario. Per il moto ordinario, devesi considerare il prisma di volume $lq \cos r$ e di densità $\frac{\delta}{b^2}$. Un suo straterello, parallelo alle basi, di grossezza dx e distante della quantità x dalla base più vicina alla superficie rifrangente, è costituito da particelle eteree, la cui velocità alla fine del tempo t , è rappresentata da:

$$u, \text{sen } 2\pi \left\{ \frac{t}{T} - \frac{x}{l} \right\},$$

essendo u , la velocità vibratoria propria del moto ordinario. La massa dello straterello essendo:

$$\frac{\delta q \cos r}{b^2} dx,$$

(1) Nei lavori intrapresi da Augusto Seebeck (*Annali di Poggendorff*, tomo XX) in continuazione delle ricerche di Brewster intorno agli angoli di polarizzazione delle sostanze cristallizzate, l'Autore deduce pure la densità dell'etere dalla velocità di propagazione: ma assume per ambi i raggi rifratti la stessa densità, il che non è ammissibile.

la sua forza viva sarà data da:

$$\frac{\partial q u_1^2 \cos r}{b^2} dx \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l} \right).$$

Per avere la forza viva di tutto il prisma basta integrare rispetto a x da zero fino a l , cosicchè la sua espressione sarà:

$$\frac{\partial q u_1^2 \cos r}{b^2} \int_0^l dx \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l} \right).$$

Le stesse considerazioni si ripetono per il prisma etereo di volume $l'q \cos \rho$, attraverso il quale si propaga, nel tempo T , il moto rifratto straordinario. Si troverà per espressione della forza viva che gli corrisponde:

$$\frac{\partial q u_2^2 \cos \rho}{U^2} \int_0^{l'} dx \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l'} \right),$$

essendo u_2 la velocità vibratoria propria del moto straordinario.

Si può scrivere ora l'equazione che esprime la conservazione delle forze vive, considerando che il moto incidente si trasforma integralmente nel moto riflesso e nei due moti rifratti. Tale equazione, soppresso in tutti i termini il fattore ∂q , sarà:

$$\begin{aligned} \cos i \int_0^l dx \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l} \right) &= V^2 \cos i \int_0^l dx \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l} \right) \\ &+ \frac{u_1^2 \cos r}{b^2} \int_0^l dx \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{T}{t} - \frac{x}{l} \right) + \frac{u_2^2 \cos \rho}{U^2} \int_0^{l'} dx \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l'} \right). \end{aligned}$$

L'equazione si semplifica immediatamente se si osserva che nell'integrale del primo membro, che è identico al primo integrale scritto nel secondo membro si può porre:

$$x = ly,$$

e si ha:

$$\int_0^l dx \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{T}{t} - \frac{x}{l} \right) = l \int_0^1 dy \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - y \right).$$

E ponendo successivamente: $x = l' y$ nel secondo integrale che entra nel secondo membro e $x = l'' y$ nel terzo integrale del secondo membro, si ottiene:

$$\int_0^r dx \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l'} \right) = l' \int_0^1 dy \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - y \right),$$

$$\int_0^r dx \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{T}{t} - \frac{x}{l''} \right) = l'' \int_0^1 dy \operatorname{sen}^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - y \right).$$

Sostituendo nell'equazione, essa si riduce subito alla forma seguente:

$$l \cos i = l \cos i V^2 + \frac{l u_1^2 \cos r}{b^2} + \frac{l'' u_2^2 \cos \rho}{U^2};$$

od ancora:

$$\cos i (1 - V^2) = \frac{l u_1^2 \cos r}{l b^2} + \frac{l'' \cos \rho}{l U^2} u_2^2.$$

Notisi ora che, b essendo il reciproco dell'indice di rifrazione ordinaria, si ha:

$$b = \frac{\operatorname{sen} r}{\operatorname{sen} i} = \frac{l'}{l}, \quad \text{epperò: } \frac{l}{l b^2} = \frac{1}{b}.$$

Inoltre, il rapporto $\frac{l''}{l}$ è uguale al rapporto fra le velocità di propagazione del raggio straordinario e del raggio incidente. Ma il modo rifratto straordinario che, in un certo istante, parte dal punto d'incidenza, si trova dopo l'unità di tempo distribuito sulla superficie elissoidica di Huyghens, cosicchè il cammino percorso nell'unità di tempo del raggio straordinario è uguale alla lunghezza L della retta che unisce il punto d'incidenza col punto in cui l'elissoide di Huyghens tocca il piano dell'onda elementare straordinaria. Si avrà dunque

$$\frac{l''}{l} = L,$$

la lunghezza L sapendosi in ogni caso calcolare col mezzo della costruzione di Huyghens.

Perciò l'equazione delle forze vive si può presentare sotto la forma:

$$\cos i (1 - V^2) = \frac{\cos r}{b} u_1^2 + \frac{L \cos p}{U^2} u_2^2.$$

PARAGRAFO TERZO

Relazioni generali fra le velocità vibratorie dei moti incidente, riflesso e rifratti.

Data una superficie separante l'etere libero da un mezzo trasparente qualunque isotropo od anisotropo, la si consideri nell'atto in cui essa riflette e rifrange il moto luminoso. Le particelle eterree che le sono vicinissime al di fuori del mezzo vibrano in virtù del moto incidente e del moto riflesso; le particelle, pure vicinissime alla superficie, ma nell'interno del mezzo, vibrano in virtù dei due moti rifratti. Ora le velocità vibratorie delle prime e le velocità vibratorie delle seconde debbono fra loro differire d'una quantità estremamente piccola rispetto ai loro valori assoluti. Infatti, se la loro differenza fosse dello stesso ordine di grandezza che compete alle velocità stesse, le forze elastiche che si svilupperebbero nella massa eterrea diventerebbero grandissime rispetto a quelle che realmente agiscono ed istantaneamente, cioè in un tempo estremamente breve, ridurrebbero quelle differenze ad essere insensibili.

Si può quindi, per ogni fenomeno di riflessione e di rifrazione, accogliere il principio di continuità di Fresnel e ritenere che le velocità vibratorie incidente e riflessa da una parte e le velocità vibratorie rifratte dall'altra, quando si proiettino lungo una stessa linea, sono tali che la somma delle due prime non differisce sensibilmente dalla somma delle due ultime.

Devesi però avvertire, come fece il Fresnel stesso, che tale principio è vero, in generale, soltanto per le componenti delle velocità parallele alla superficie riflettente. Ciò dipende da che la trasversalità delle vibrazioni rispetto alla linea di propagazione trae seco per conseguenza che la trasmissione delle onde luminose attraverso alla superficie potrebbesi ancora effettuare, quando anche si producesse una discontinuità qualunque nel senso

longitudinale. È questo il caso inverso di quello presentatoci dalla trasmissione del suono dall'aria nell'acqua. In quest'ultimo il moto vibratorio è longitudinale rispetto alla linea di propagazione, ed il principio di continuità non è necessariamente vero se non per le componenti delle velocità vibratorie normali alla superficie dell'acqua. Invero, gli è appunto e soltanto in questa direzione normale che durante la propagazione del moto, si produce sull'acqua una pressione costante e continua e per nulla influirebbero su tale propagazione i movimenti, in virtù dei quali le particelle vibranti dell'aria tendessero a scivolare lungo la superficie dell'acqua stessa.

Il principio di continuità, nel senso da noi adottato, si applica al caso della riflessione cristallina dando luogo a due relazioni distinte fra le velocità vibratorie, incidente, riflessa e rifratta. Infatti, se si considerano due direzioni ortogonali qualunque, giacenti sulla superficie del cristallo, ciascuna delle quattro velocità vibratorie si proietta sopra ciascuna delle direzioni così scelte e, per ciascuna di questa, esiste l'eguaglianza fra la somma delle proiezioni delle velocità incidente e riflessa e la somma delle proiezioni delle due velocità rifratte.

Prendasi, per comodità, una delle dette due direzioni parallela al piano d'incidenza. Sia θ l'angolo che il piano di polarizzazione della luce incidente fa col piano d'incidenza. Proiettando la velocità vibratoria incidente, che si assunse come unità, lungo la traccia del piano d'incidenza sulla faccia riflettente e lungo la normale allo stesso piano d'incidenza si trova facilmente che la prima proiezione vale $\cos i \sin \theta$ e la seconda $\cos \theta$.

Siano ancora v, v' le componenti della velocità V vibratoria riflessa, rispettivamente parallela e normale al piano d'incidenza; saranno $v \cos i$ e v' i valori delle proiezioni di V lungo le due direzioni scelte precedentemente. Infine siano α, β , i coseni degli angoli che la velocità u , ordinaria rifratta fa colla traccia del piano di incidenza sulla faccia riflettente e colla normale al piano d'incidenza; saranno α, u, β, u , le componenti della u , che dobbiamo considerare. Analogamente, per il moto rifratto straordinario, avremo le componenti α, u, β, u , della velocità vibratoria u , essendo α, β , i coseni degli angoli che la u , fa colle note due direzioni.

942051A

Si hanno subito le due equazioni:

$$\begin{aligned} \cos i (\sin \theta + v) &= u_1 \alpha_1 + u_2 \alpha_2, \\ \cos \theta v' &= u_1 \beta_1 + u_2 \beta_2, \end{aligned} \quad (2)$$

alle quali si può aggiungere la seguente:

$$V^2 = v^2 + v'^2. \quad (3)$$

Gli angoli, i cui coseni sono rappresentati da $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, si possono determinare ricorrendo a leggi note della doppia rifrazione. Si sa infatti che il raggio ordinario è sempre polarizzato nella sezione principale; perciò la linea di vibrazione nel moto ordinario è normale al piano che contiene il raggio ordinario e l'asse ottico. Per il raggio straordinario si sa pure che la linea di vibrazione è parallela alla intersezione del piano dell'onda elementare straordinaria col piano che passa per il raggio straordinario e l'asse ottico. È dunque possibile determinare in ogni caso le direzioni della velocità u_1, u_2 vibratorie rifratte e per conseguenza anche le quantità $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, che ne dipendono.

Le due equazioni (2) aggiunte alla (1) delle forze vive basterebbero a risolvere il problema della riflessione cristallina, cioè a procurarci i valori v, v' , quando si conoscesse ancora una nuova relazione fra le velocità vibratorie rifratte. Se ciò fosse, si avrebbero quattro equazioni fondamentali, fra cui si potrebbero eliminare le incognite ausiliarie u_1, u_2 e così si avrebbe modo di esprimere v, v' per mezzo delle sole quantità che sono i dati del problema, cioè di i, θ e delle costanti che dipendono dalla specie del mezzo cristallino e dalla disposizione della sua faccia riflettente.

Or bene, una relazione fra u_1 e u_2 ci è indicata da quelle stesse considerazioni razionali che conducono alla notissima legge di Malus intorno alla ripartizione della quantità di luce rifratta fra il raggio ordinario e lo straordinario. Chiamiamo ϕ l'angolo che il piano di polarizzazione del moto incidente fa colla sezione principale, cioè col piano del raggio incidente e dell'asse ottico. La velocità vibratoria incidente, eguale all'unità, si può concepire sostituita dalle sue due componenti, $\cos \phi$ normale e $\sin \phi$ parallela alla sezione principale. Se tutto il moto incidente pentrasse nel mezzo birifrangente, se cioè non ci fosse riflessione, la

velocità vibratoria u_1 , ordinaria sarebbe precisamente eguale a $\cos \phi$ e sarebbe eguale a $\sin \phi$ la velocità u_2 , straordinaria. Dovendosi tener conto dell'esistenza del moto riflesso, si potrà scrivere:

$$u_1 = h \cos \phi, \quad u_2 = k \sin \phi,$$

essendo h, k minori dell'unità.

Una teoria completa sulla propagazione della luce dovrebbe poter fornire le espressioni di h e di k per mezzo degli elementi caratteristici del mezzo e dell'angolo di incidenza. Le ricerche finora eseguite su quest'argomento non bastano a ciò fare; però non è difficile indicare un valore approssimato del rapporto $\frac{h}{k}$.

Rigorosamente parlando, i due termini di tale rapporto sono diseguali, poichè, come osserva il Fresnel (1), l'elasticità del mezzo birifrangente non essendo la stessa nelle due direzioni della vibrazione ordinaria e della straordinaria, le componenti $\sin \phi$ e $\cos \phi$ della velocità vibratoria incidente non si scindono in egual misura nella luce riflessa e nella trasmessa. Tuttavia è anche manifesto che, nei cristalli che esistono in natura, la birefrangenza essendo sempre molto debole, il rapporto di h a k non può differire notevolmente dall'unità. A ciò si aggiunga che la legge di Malus intorno alle intensità relative dei raggi ordinario e straordinario suppone appunto l'eguaglianza di h e di k . Ora, le delicate esperienze di Arago verificano in modo assai soddisfacente questa legge e si possono quindi ritenere come una conferma *a posteriori* dell'ipotesi:

$$h = k.$$

Noi assumeremo come vera quest'uguaglianza ed avremo le relazioni:

$$(4) \quad \begin{aligned} u_1 &= h \cos \phi \\ u_2 &= h \sin \phi. \end{aligned}$$

L'angolo ϕ dipende dalla disposizione della faccia riflettente del cristallo e si può sempre determinare nel modo seguente:

(1) *Oeuvres complètes* d'Augustin Fresnel; Tome deuxième, pag. 282.

Sia XOY (*Tav. III, fig. 1*) la faccia riflettente, OZ la sua normale dentro il cristallo, O il punto d'incidenza, OS il raggio incidente, OA la direzione dell'asse ottico. Sia OM la proiezione dell'asse OA sul piano XY. Chiamisi γ l'angolo AOZ dell'asse ottico colla normale alla faccia riflettente e ω l'angolo MOX che la proiezione dell'asse ottico sulla faccia riflettente fa colla traccia OX del piano d'incidenza sulla stessa faccia. Considerando la superficie sferica di raggio *uno* e di centro in O, si ha il triangolo sferico MAB rettangolo in M nel quale i lati AM e MB hanno rispettivamente per ampiezze $\frac{\pi}{2} - \gamma$ e ω . Perciò sarà:

$$\cos \overline{AB} = \cos \omega \sin \gamma, \quad \sin \overline{MBA} = \frac{\cos \gamma}{\sin \overline{AB}} = \frac{\cos \gamma}{\sqrt{1 - \cos^2 \omega \sin^2 \gamma}}.$$

Inoltre nel triangolo sferico SAB l'angolo \overline{SBA} ha per valore $\frac{\pi}{2} + \overline{MBA}$, il lato \overline{SB} vale $\frac{\pi}{2} + i$ ed il lato \overline{AB} è determi-

nato dall'espressione di $\cos \overline{AB}$ ora trovata. Si può dunque calcolare l'angolo sferico in S che chiamerò ϕ' , e si avrà:

$$\cot \phi' = \frac{\cos \omega \cos i - \cot \gamma \sin i}{\sin \omega}.$$

Finalmente si osservi che si ha:

$$\phi = \theta - \phi';$$

essendo sempre θ l'angolo compreso fra il piano di polarizzazione del raggio incidente, ed il piano d'incidenza. In ogni caso adunque l'angolo ϕ si può considerare come conosciuto.

Le equazioni fondamentali della riflessione cristallina si possono ora scrivere direttamente. Ponendo per semplicità:

$$(5) \quad M = \frac{\cos r}{b \cos i}, \quad N = \frac{L}{U^2} \frac{\cos \rho}{\cos i}$$

e tenendo conto della (3) e delle due (4), l'equazione (1) che esprime la conservazione delle forze vive diventa:

$$(6) \quad 1 - (v^2 + v'^2) = h^2 (M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi)$$

Le due equazioni (2) che esprimono il principio di continuità si trasformano nel modo seguente:

$$(7) \quad \begin{aligned} \cos i (\sin \theta + v) &= h (\alpha_1 \cos \phi + \alpha_2 \sin \phi) \\ \cos \theta + v' &= h (\beta_1 \cos \phi + \beta_2 \sin \phi) \end{aligned}$$

Le condizioni del moto riflesso essendo completamente determinate quando si conoscono i valori di v e di v' , bisognerà servirci delle tre equazioni (6), (7) e considerarvi h come incognita ausiliaria. Pongasi per brevità:

$$(8) \quad \begin{aligned} H &= \frac{1}{\cos i} (\alpha_1 \cos \phi + \alpha_2 \sin \phi) \\ K &= \beta_1 \cos \phi + \beta_2 \sin \phi. \end{aligned}$$

Si avranno le tre equazioni fondamentali:

$$(9) \quad \begin{aligned} 1 - (v^2 + v'^2) &= h^2 (M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi) \\ \sin \theta + v &= h H \\ \sin \theta + v' &= h K \end{aligned}$$

Siccome nella prima di queste tre equazioni le v e v' appaiono alla seconda potenza, si potrebbe temere una duplicità di soluzione, la quale non sarebbe conforme alla natura dei fenomeni. È facile però il vedere che ciò non ha luogo. Infatti, ricaviamo dalle due ultime delle (9) le espressioni di v e di v' , quadriamo e sommiamole. Avremo:

$$v^2 + v'^2 = 1 + h^2 (H^2 + K^2) - 2h (H \sin \theta + K \cos \theta),$$

ossia:

$$1 - (v^2 + v'^2) = 2h (H \sin \theta + K \cos \theta) - h^2 (H^2 + K^2).$$

Sostituendo nella prima delle (9) e sopprimendo il fattore h comune ai due membri, si ha:

$$h (M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi + H^2 + K^2) = 2 (H \sin \theta + K \cos \theta).$$

Si ricavi di qui h e si sostituisca in ciascuna delle due ultime (9). Si avrà:

$$\begin{aligned} v (M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi + H^2 + K^2) &= \sin \theta (H^2 - K^2) \\ &\quad + 2 H K \cos \theta - \sin \theta (M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi); \\ v' (M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi + H^2 + K^2) &= \cos \theta (K^2 - H^2) \\ &\quad + 2 H K \sin \theta - \cos \theta (M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi). \end{aligned}$$

Donde:

$$(10) \quad v = \frac{2 H K \cos \theta - \sin \theta (M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi - H^2 + K^2)}{M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi + H^2 + K^2},$$

$$(11) \quad v' = \frac{2 H K \sin \theta - \cos \theta (M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi + H^2 - K^2)}{M \cos^2 \phi + N \sin^2 \phi + H^2 + K^2}.$$

Le espressioni (10), (11), di v di v' risolvono completamente il problema, poichè l'intensità I della luce riflessa, essendo *uno* l'intensità della luce incidente, è data da:

$$I = v^2 + v'^2;$$

e chiamando ψ l'angolo che il piano di polarizzazione del raggio riflesso fa col piano d'incidenza, è facile vedere che si ha:

$$\text{tang } \psi = \frac{v}{v'}.$$

(*Continua*)

SULLA DETERMINAZIONE DEL COEFFICIENTE DI DIFFUSIONE DEL VAPOR
ACQUEO NELL'ARIA, NELL'IDROGENO E NELL'ACIDO CARBONICO;
NOTA DEL DOTT. GIOVANNI GUGLIELMO.

In una Nota (*), pubblicata lo scorso anno, procurando di verificare la formula di Stefan, sulla evaporazione, fui condotto, per paragonare fra loro esperienze eseguite in condizioni diverse, a calcolare un coefficiente di diffusione del vapor acqueo nell'aria.

I valori ottenuti in ciascuna serie di esperienze erano sufficientemente concordi, almeno per lo scopo a cui servivano, ma differivano non poco da una serie di esperienze all'altra. Ed invero, trattandosi di esperienze di confronto, non tenni un conto molto esatto di condizioni esterne quali la pressione e la temperatura, che agivano ugualmente nelle esperienze da confrontare: inoltre poterono introdursi altre cause d'errore accennate nella stessa Nota.

(1) *Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino*, XVII, 1881.

Mi riservai allora di eseguire in altra occasione esperienze per determinare un valore possibilmente esatto di detto coefficiente, il quale ha importanza, oltrechè dal lato teorico, anche per calcolare l'evaporazione e per la determinazione della costante del psicometro.

La formula data da Stefan (1) per il volume di vapore a 0° e 760 mm. che attraversa nell'unità di tempo l'unità di sezione d'un cilindro è:

$$v_1 = \frac{k}{h} \log \frac{p - p''}{p - p'},$$

essendo h la lunghezza del cilindro, p'' e p' le tensioni del vapore alle sue estremità, p la pressione esterna, ed i logaritmi neperiani. Nel caso che sia s la sezione del cilindro e t la durata della esperienza sarà:

$$v_1 = \frac{k s t}{h} \log \frac{p - p''}{p - p'}.$$

Questa formula per ciò che riguarda le dimensioni del cilindro è la stessa di quella che vale per la propagazione del calore e dell'elettricità, e per brevità chiamerò resistenza dell'aria, la quantità: $\frac{h}{k s}$.

L'apparecchio da me usato consiste, come nelle esperienze precedenti, in un tubo chiuso ad una estremità e contenente acqua, posto nel mezzo di un largo bicchiere avente nel fondo uno strato di acido solforico, pel quale la tensione del vapore acqueo è nulla. L'uso dell'acido solforico invece delle soluzioni saline o acide, oltre all'aumentare la differenza fra le tensioni del vapor acqueo, ha anche il vantaggio di eliminare l'influenza di qualsiasi errore nella tensione di vapore di esse soluzioni.

I vari tubi avevano una sezione di circa 191 mm.² determinata con cura ed a varie altezze in ciascuno; l'orlo ne era spianato e normale all'asse; essi erano sostenuti nel bicchiere da un tubo a piede più largo, che anche impediva che venissero bagnati dal liquido esterno. — I bicchieri avevano una sezione di

(1) Stefan, *Versuche über die Verdampfung. Sitzb. der k. Akad. der Wissensch.* Bd. LXVIII. 1873.

80 cm.² circa, avevano l'orlo spianato con cura e dopo messi a posto i tubi pesati, venivano chiusi bene con un disco di vetro smerigliato e spianato e con grasso, e posti in un gran bagno di acqua acciocchè tutti avessero una stessa temperatura possibilmente costante e nota. Questa era data da un termometro diviso in quinti di grado che era stato confrontato con un buon termometro campione di Fastrè di Parigi. — Il bagno riposava sopra una solida mensola di marmo fissa ad un muro principale dell'edificio, per cui aveva la massima possibile stabilità.

Pesando i tubi prima e dopo d'averli lasciati per un tempo noto nei bicchieri, si aveva la quantità di vapore che era passata dall'acqua all'acido solforico e si poteva calcolare v .

Nelle precedenti esperienze misuravo direttamente la distanza del fondo del menisco formato dall'acqua, dall'orlo del tubo e facevo poi la correzione pel menisco unitamente a quella per l'aria esterna, facendo esperienze simultanee con acqua a varie profondità; adesso con maggior esattezza determinai la profondità media dell'acqua dividendo per la sezione media il volume dello spazio vuoto del tubo, che naturalmente s'ottiene facendo la differenza tra il peso del tubo colla sua capacità (determinata col mercurio) supposta piena esattamente d'acqua ed il suo peso coll'acqua che vi si trova per l'esperienza.

Calcolando la resistenza del cilindro d'aria di tale altezza, e quella del cilindro reale terminato da un menisco supposto sferico, e con una fascia d'acqua che bagna le pareti per qualche millimetro al disopra del menisco, mi persuasi che la differenza è trascurabile. La variazione della profondità nel corso della esperienza essendo ordinariamente assai piccola, mi contentai di calcolare il valore medio fra la profondità iniziale e la finale.

Il tratto d'aria percorso dal vapore consta di due tratti cilindrici, cioè l'interno del tubo e lo spazio anulare fra le pareti del bicchiere e del tubo, ed inoltre di un tratto d'aria al disopra del tubo che unisce i due primi. È facile ridurre il secondo ad un cilindro equivalente avente la sezione interna del tubo, e si può ridurre il terzo tratto d'aria paragonando esperienze fatte a diverse profondità; si hanno così varie equazioni della forma:

$$v = \frac{k s t}{h + x} \log \frac{p}{p - p'},$$

in cui x è appunto l'altezza d'un cilindro d'aria avente la sezione interna del tubo e la resistenza del terzo tratto d'aria. Calcolando l'influenza d'un errore in v sul valore di x si vede, come si vede anche a priori, che per avere la massima esattezza nel valore di x conviene che i valori di h nelle esperienze che si confrontano siano molto differenti, e che uno di essi sia piccolo il più possibile. Non tenendo conto di ciò si ottengono valori piuttosto discordi. Quando sia noto un valore abbastanza approssimato di k , mediante una sola esperienza si può avere x dalla precedente equazione.

Le esperienze per determinare x furono fatte con tre o quattro tubi, dei quali l'acqua si trovava alla profondità di 40 mm. 20 a 25 e 3 oppure di 40 mm. 40 mm. 3 mm. 3 mm. circa rispettivamente.

Siccome in queste esperienze non s'ottiene nè è necessaria una grandissima precisione, dedussi x dalle tre o quattro equazioni, da confrontare graficamente, tracciando le rette rappresentate dalle equazioni e prendendo il punto medio dei punti d'intersezione. Ciò ha anche il vantaggio di far scorgere subito le esperienze sbagliate e spesso di indicare ove stia l'errore. I valori medii così ottenuti sono i seguenti: 2,8 mm., 2,65, 2,8, 2,5, 2,5; — 2,6, 3,1, 3,6; — 2,85, 3,0, 2,9, 2,8. I valori compresi fra due linee furono ottenuti sostituendo all'acido solforico dell'acqua salata. Tenendo maggior conto degli ultimi valori ottenuti in migliori condizioni, presi come valore medio 2,9 mm.

Applicando la formula di Stefan a queste esperienze si suppone che negli strati adiacenti ai liquidi il vapore abbia la tensione che corrisponde ad essi liquidi, come è molto probabile a causa della lentezza con cui avviene nel nostro caso la diffusione del vapore. Un'altra causa d'errore potrebbe esistere in ciò che l'aria umida degli strati inferiori del tubo essendo specificamente più leggera di quella più asciutta degli strati superiori, potrebbero prodursi correnti che tenderebbero ad aumentare la quantità d'acqua trasportata. Che ciò non avvenga parmi provato sufficientemente dalla concordanza dei valori ottenuti per k con acqua a diverse profondità nei tubi, dalla poca differenza del valore medio ottenuto per x coll'acqua salata o con l'acido solforico; e si può osservare che gli strati inferiori più leggieri non

essendo circondati in nessuna parte dall'aria più densa, non ricevono alcuna spinta all'insù fintantochè gli strati conservano la loro forma regolare, ciò che probabilmente avviene grazie alla stabilità della base su cui riposa l'apparecchio (*).

Per verificare se queste o altre cause d'errore hanno influenza sensibile, ho inoltre fatto esperienze con tre tubi, uno con acqua pura in un bicchiere con acqua salata, uno con uguale acqua salata in un bicchiere con acido solforico, il terzo con acqua pura in bicchiere con acido solforico. Se nella formula di Stefan prendiamo invece della differenza dei logaritmi $\log(p-p'') - \log(p-p')$ la differenza dei numeri (la quale, essendo questi fra loro poco differenti, si può ritenere proporzionale alla precedente), ossia $p'-p''$, si trova applicando a queste esperienze, che la quantità d'acqua che passa nell'unità di tempo per l'unità di sezione nel terzo tubo deve essere uguale alla somma delle quantità d'acqua che passano pure nell'unità di tempo e per l'unità di sezione negli altri due, supposto che sia la profondità dell'acqua uguale in tutti tre, o fatta la correzione relativa. Nella seguente tabella sono indicati con q_1 , q_2 , q_3 , i pesi dell'acqua evaporati nei tre tubi, fatte le correzioni per le piccole differenze di sezione dei tubi, o di profondità, e ridotte all'unità di tempo.

q_1	0 243	0,387	0,402
q_2	0,761	1,15	1,22
q_3	0,990	1,535	1,663
$q_1 + q_2$	1,004	1,537	1,62

L'accordo dei numeri delle ultime due linee è sufficiente ed

(1) Se tale causa d'errore non ha influenza sensibile nelle nostre esperienze, non credo che possa dirsi lo stesso nella determinazione sperimentale o teorica della quantità d'acqua evaporata all'aria libera, nel qual caso non potrebbe applicarsi puramente la teoria della diffusione che darebbe per la quantità d'acqua evaporata valori troppo piccoli. — Così pure riuscirà troppo piccolo il valore della costante del psicometro ottenuto colla teoria meccanica della diffusione; e realmente Stefan ottiene matematicamente per il coefficiente di diffusione del vapore acqueo e dell'aria il valore 0,18, mentre il Maxwell credè di adottare il valore 0,24 (*Zeitschr. der oesterr. Gesellsch. für Meteorologie*, tradotto nel Bollettino dell'Associaz. Meteorologica ital. 1881, p. 49).

offre ancora una prova che le suddette cause d'errore sono nulle o trascurabili.

Ecco ora nella seguente tabella i risultati di una prima serie di esperienze; nella prima colonna si ha la distanza dell'acqua dall'acido solforico, essendo dappertutto ridotta la sezione a quella del tubo, nella seconda colonna la durata dell'evaporazione, nella terza la temperatura, nella quarta il peso dell'acqua evaporata in milligrammi, nella quinta il coefficiente di diffusione k , in peso, ossia il peso dell'acqua evaporata nel caso che $h + x = 1$ cm.

$s = 1$ cm., $t = 1'$, $\log \frac{p}{p - p'} = 1$, stato ridotto alla temperatura di 8° ammettendo secondo Stefan che k varii proporzionalmente alla temperatura assoluta. Per semplicità di calcolo si sono presi i logaritmi comuni invece dei neperiani voluti dalla formula, e la riduzione opportuna è stata poi fatta pel valore medio del coefficiente di diffusione in volume. Le linee orizzontali separano gruppi di esperienze eseguite simultaneamente.

	$h + x$	τ	t	q	k_s
734,8 ^{mm}	23,6 ^{mm}	428'	9°,45	42,6 ^{mmgr}	0,02355
	28,30	457'	»	38,6	237
	18,7	392'	»	49,5	235
733,5	23,9	873'	9°,3	86,8	237
	28,55	842'	»	71,1	238
	19,1	900'	»	112,1	235
732,5	24,6	1017'	9°,37	98,1	235
	29,1	1040'	»	85,0	234
	19,85	1040'	»	122,8	233
732,9	26,35	1704'	9°,15	151,9	240
	24,6	1705'	»	165,6	235
	21,2	1700'	»	185,7	235
741,2	43,7	589'	6°,85	26,8	242
	32,9	561'	»	33,6	236
	23,3	532'	»	44,4	234
740,0	43,85	868'	6°,95	39,6	239
	33,18	895'	»	54,5	240
	23,64	922'	»	77,0	235
738	44,1	1393'	6°,95	63,6	240
	33,5	1391'	»	83,5	238
	24,1	1390'	»	112,7	231
734	43,7	335'	7°,07	15,5	236
734	43,8	241'	7°,25	11,25	235
760,9	43,6	316'	7°,28	14,8	243
	43,65	326'	»	15,15	2396
760,9	43,67	242'	7°,96	11,6	236
	43,7	226'	»	11,0	238
754,6	43,7	717'	8°,5	36,4	2374
	29,6	353'	»	27,0	241
754,6	29,74	347'	8°,6	27,1	2466
	29,7	700'	»	54,1	2446

La media di questi valori è 0,02363; il valore corrispondente del coefficiente di diffusione in volume, ossia il volume a 0° e 760 mm. del peso k di vapore (le unità adoperate sono centimetro, grammo, minuto primo) facendo inoltre la riduzione pel passaggio dai logaritmi ordinari ai neperiani è $K'_s = 12,74$.

In queste esperienze che furono eseguite per le prime non tenni conto delle sezioni un po' diverse dei bicchieri, da 76 ad 81 cm³, la quale influisce specialmente nella determinazione di x ; nelle esperienze successive ne tenni conto ed inoltre per la lunghezza maggiore del tratto d'aria hanno minore influenza piccoli errori nel valore di x il cui valore assunto 2,9 mm. si riferisce più specialmente alla serie seguente.

	$h+x$	τ	t	q	k_s
760,9	43,6	316'	7°,28	14,8	0,0243
	43,65	326'	»	15,15	239
760,9 ^{mm}	43,67	242'	7°,96	11,6	236
	43,7	226'	»	11,0	238
754,65	43,7	717'	8°,5	36,4	2374
	29,6	353'	»	27,0	241
754,6	29,74	347'	8°,6	27,1	246
	29,7	700'	8,55	54,1	244

La media di questi valori è 0,0241 per k_s ed il valore corrispondente di k'_s è = 12,99; prendendo la media fra questi e i valori precedenti s'avrebbe per k_s 0,0239 e per k'_s 12,86.

Feci un'altra serie di esperienze alcuni mesi dopo; la temperatura era allora di circa 15°.

Siccome l'immergere i bicchieri nel bagno d'acqua esigea una chiusura con grasso accurata, ciò che oltre ad essere noioso richiedeva un tempo nel quale la temperatura dei bicchieri cresceva un poco, posi i tubi nel fondo di un gran vaso di vetro contenente uno strato di circa 5 cm. d'acido solforico, e sopra ciascuno di essi posi a modo di campana il rispettivo bicchiere. Il

vaso poi era turato da un coperchio avente un foro centrale pel passaggio del termometro, il cui bulbo pescava nell'acido solforico, ed era immerso in un gran bagno d'acqua sino a poca distanza dall'orlo. Tenni conto della nuova distanza dell'acido solforico dall'orlo del tubo ed ottenni così i seguenti valori per k_{15} e k'_{15} che sono ridotti alla temperatura di 15° che è vicina a quella delle esperienze.

$h+x$	τ	t	q	k_{15}
43,6 23,86	390' 367'	15°,67 »	33,4 56,4	0,0251 2444
43,85 24,3	716' 720'	16°,04 »	60,5 110,8	241 2416
23,5 44,34	197,5 225'	15°,74 »	31,7 19,0	247 2455
23,74 44,47	379' 361'	15°,97 »	60,0 30,7	242 244
44,35 44,9 44,15	1315' 1290' 1321'	15°,65 » »	110,9 107,1 110,8	253 241 249
44,4	516'	15°,96	44,7	248

La media di questi valori è 0,2456 per k_{15} e si ha $k'_{15} = 1,305$. Se invece deduciamo k_{15} da k_5 , supponendo che k cresca proporzionalmente alla temperatura assoluta troveremmo $k_{15} = 0,0245$. L'accordo è molto soddisfacente, vista la piccolezza dell'intervallo di temperatura, per cui la sua influenza potrebbe essere coperta da errori casuali.

Esperienze sulla diffusione nell'idrogeno e nell'acido carbonico. Feci uso dello stesso apparecchio e solo adattai a ciascun bicchiere due tubi ad U muniti di rubinetto che chiudeva perfettamente ed aventi un ramo nell'interno del bicchiere ed uno al di fuori; in uno di essi, pel quale entrava l'idrogeno o usciva

il gaz carbonico, il ramo interno giungeva fin presso al fondo del bicchiere, nell'altro invece pel quale l'idrogeno usciva o entrava il gaz carbonico, il ramo interno sporgeva poco sopra il livello dell'acido solforico, ed alla sommità era ripiegato ad angolo retto. Ciò per rallentare la mescolanza del gaz coll'aria, e scacciare nel minor tempo la massima quantità di aria.

Ciononostante occorre una correzione benchè piccola per il tempo durante il quale rimane ancora dell'aria nel bicchiere. Se supponiamo che sia V il volume della mescolanza d'aria e di gaz nel bicchiere e sia y il volume dell'aria rimasta e $V - y$ quello del gaz, e supponiamo anche per semplicità che penetrando un volume che dv di gaz esca un volume dv della mescolanza completa dei due gaz nelle proporzioni di y d'aria a $V - y$ di gaz il volume di aria uscito sarà $\frac{y}{V} dv$ e il volume dell'aria rimasta

sarà $y - \frac{y}{V} dv$; avremo quindi $dy = - \frac{y}{V} dv$ e

$$\int dy = - \frac{y}{V} \int \frac{dv}{y} \quad \text{ossia} \quad y = V e^{-\frac{v}{V}},$$

e per $V = 1$, $y = e^{-v}$. Quindi dopo passato un volume di gas $= 3V$, la proporzione dell'aria rimasta in questo caso certo non favorevole sarà solo di $\frac{5}{100}$.

In queste esperienze per essere sicuro che l'aria fosse interamente scacciata, facevo passare da 6 a 10 litri di gaz in circa 10 minuti, V era di circa $\frac{1}{4}$ litro e quindi dopo 2' potevo ritenere che la proporzione d'aria rimasta fosse senza influenza in questo termine di correzione; calcolando approssimativamente il tempo perche la proporzione d'aria forse trascurabile anche nel fondo del tubetto, ammisì per l'idrogeno il valore di 3' pel tempo in cui rimaneva nel bicchiere dell'aria in quantità sensibile, e supposi che per 1,5 il bicchiere fosse occupato da sola aria e per 1,5 da solo idrogeno.

Inoltre, essendo per l'idrogeno la durata della esperienza minore, temei che nel prendere il tubo fra le dita prima e dopo la pesata, nel pulirlo, il riscaldamento dell'acqua potesse influire

e vi adattai un manico di filo di rame fissato con ceralacca, e determinai nuovamente il valore di x .

L'idrogeno era ottenuto collo zinco del commercio ed acido solforico diluito, ma ebbi cura che fosse possibilmente puro, e veniva disseccato facendolo gorgogliare in un vaso d'acido solforico e passare per un tubo pieno di pomice imbevuta d'acido solforico. Tenni conto pure dell'essere la sommità del tubo durante il passaggio del gaz, nel gaz affatto secco anzichè nel gaz che contiene un po' di vapore, come avviene nel corso dell'esperienza, sebbene ciò possa avere una piccola influenza sul risultato. Ebbi cura che non vi fossero fessure per cui all'idrogeno potesse mescolarsi dell'aria, sia nell'apparecchio di svolgimento, sia nei bicchieri, i cui tubi avevano i rubinetti ben spalmati di grasso ed erano inoltre chiusi spingendo tubi di vetro pieno nei tubi di gomma elastica che servivano per le congiunzioni all'esterno. Feci inoltre esperienze facendo passare volumi diversi di idrogeno per assicurarmi che essi non fossero talora insufficienti a scacciare tutta l'aria dai bicchieri.

Contemporaneamente furono eseguite esperienze sulla evaporazione nell'aria e nell'idrogeno, ed ecco nella prima tabella i valori del coefficiente di diffusione nell'aria ridotti alla temperatura di 18° che è la più prossima a quella delle varie esperienze, e nella seguente tabella i valori del coefficiente di diffusione nell'idrogeno.

$h+x$	τ	t	q	k_{18}
44,1	839'	17,10	78,8	0,02505
43,7	454'	18,69	47,1	2475
43,8	1724'	18,25	174,3	248
43,7	561'	16,54	50,5	242
43,7	447'	17,98	44,8	250
43,7	465'	18,48	47,9	251
43,3	220'	18,33	22,3	247
43,3	391'	22,82	53,3	244
43,6	361'	23,08	49,2	244
43,6	249'	18,6	27,0	251

La media di questi valori è per k_{18} 0,02475 e si ha

$k'_{18} = 13,33$; deducendone il valore da k_{18} si avrebbe invece $k_{18} = 0,0248$ e l'accordo è anche in questo caso soddisfacente.

Evaporazione nell'idrogeno.

$h+x$	τ	t	q	k_{18}
44,0	407'	18,7 ^o	148,0	0,0881
44,0	389'	»	139,8	865
44,3	552'	19,25	209,4	879
43,0	263'	18,40	100,4	915
44,0	258'	»	97,7	923
43,7	344'	16,53	109,8	874
44,1	338'	»	105,1	855
44,1	172',5	16,53	54,3	871
44,3	336'	17,97	135,4	872
44,3	391'	»	135,4	882
44,1	431'	18,48	150,8	862
44,2	401'	»	140,8	862
43,6	137'	18,34	65,1	861
43,7	172'	»	59,9	858
44,3	448'	22,8	207,2	855
44,5	362'	»	167,3	853
45,4	93',2	23,5	44,6	852
43,8	55',3	»	27,7	863

La media di questi valori di k_{18} , che non ostante le mie cure per togliere le cause d'errore mostrano differenze abbastanza sensibili, è di: 0,0871 cui corrisponde il coefficiente in volume $k'_{18} = 46,95$. Il rapporto di questo coefficiente a quello dell'aria ottenuto in condizioni simili è $= 3,52$.

Feci ancora varie esperienze sulla diffusione del gaz carbonico, e nella seguente tabella trovansi i valori più concordanti; però per quanto io abbia posto cura nell'usare il gaz puro, nell'impedire che nei recipienti penetrasse dell'aria, ottenni talvolta valori notevolmente maggiori, e talvolta maggiori anche di quelli ottenuti per l'aria; sebbene l'apparecchio avesse già servito per l'idrogeno assai più difficile a rinchiudere perfettamente, e sebbene anche alla fine dell'esperienza il gaz apparisse chiaramente per le sue proprietà caratteristiche essere gaz carbonico. Credo che tali variazioni possano provenire da ciò, che essendo in que-

sto caso maggiore che non nell'aria la differenza di densità fra gli strati inferiori del gaz nel tubo, e gli strati superiori più asciutti e più densi possa più facilmente venir distrutto tale equilibrio instabile, e formarsi delle correnti, mentre non di rado tale equilibrio può sussistere e la diffusione avvenire abbastanza regolarmente.

Il gaz era prodotto coll'azione dell'acido cloridrico sul carbonato di calce: una soluzione di carbonato di soda arrestava i vapori di acido cloridrico, una bottiglia con acido solforico ed un tubo ad U con pomice imbevuta d'acido solforico disseccavano il gaz. Ecco ora i risultati delle esperienze più concordanti per dare un'idea del valore del coefficiente.

$h+x$	r	t	q	k_{18}
43,55 43,59	940' 901'	17,13 »	56,6 55,3	0,0159 162
43,63 44,1	925' 839'	17,1 »	52,8 78,8	151 148
43,72 44,07	264' 272'	18,7 »	17,1 17,3	153 151

La media di questi valori è 0,01554, il valore corrispondente del coefficiente di diffusione in volume sarebbe 8,33 ed il suo rapporto al coefficiente di diffusione nell'aria sarebbe 0,628.

Nel calcolo di queste esperienze ho seguito la formola di Stefan sulla cui verifica si hanno esperienze dello stesso, e feci anch'io delle esperienze esposte nella nota citata.

Collo stesso ragionamento esposto dal Meyer (1) per trovare il numero di molecole di ciascun gaz, che attraversano nell'unità di tempo l'unità di sezione, nel caso di due gaz, si deduce l'espressione del coefficiente di diffusione anche nel nostro caso. Per effetto della differenza delle pressioni parziali in sezioni diverse si ha un eccesso di molecole di vapore che vanno verso l'acido

(1) Meyer, *Die kinetische Theorie der Gase*, 1877, p. 165.

solforico, un eccesso di molecole d'aria che vanno verso l'acqua; la pressione totale verso l'acido solforico tende ad aumentare pel primo eccesso diminuito del secondo e diminuito anche per il numero x di molecole che sono assorbite dall'acido solforico; per questa tendenza un numero corrispondente di molecole della mescolanza tende a passare in senso contrario. Fatta così la somma del numero di molecole che realmente attraversano una sezione si ha che essa deve essere uguale al numero x di molecole assorbite dall'acido solforico. — L'espressione di questo numero di molecole risulta uguale a quella pel caso di due gaz, col cambiamento di N numero di molecole della mescolanza per unità di volume a 0° e 760 mm., in N_1 numero di molecole del gaz pure per unità di volume a 0° e 760 mm. Si ha dunque

$$x = \frac{\pi n}{8 N_1} (N_1 L_1' \Omega_1 + N_2 L_2' \Omega_2),$$

dove n è la differenza del numero di molecole per unità di volume a 0° e 760 mm. in due sezioni distanti dell'unità; N_1 , N_2 i numeri di molecole per unità di volume a 0° e 760 mm. del gaz e del vapore in una determinata sezione; L_1' , L_2' le medie corse fra due urti successivi delle molecole di gaz e di vapore rispettivamente, nella mescolanza; Ω_1 , Ω_2 le velocità di esse molecole. Si ha inoltre;

$$L_1' = \frac{1}{N_1 \pi \varsigma_1^2 \sqrt{2} + N_2 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1}}}$$

$$L_2' = \frac{1}{N_1 \pi \varsigma_2^2 \sqrt{2} + N_2 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}}},$$

essendo m_1 , m_2 le masse ς_1 e ς_2 i raggi delle sfere d'azione delle molecole di gaz e di vapore e $\sigma = \frac{1}{2}(\varsigma_1 + \varsigma_2)$. Si ha dunque pel coefficiente di diffusione;

$$D = \frac{x}{n} = \frac{\pi}{8} \left[\frac{\Omega_1}{\frac{N_1}{N_2} N_1 \pi \varsigma_1^2 \sqrt{2} + N_2 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}}} + \frac{\Omega_2}{N_1 \pi \varsigma_2^2 \sqrt{2} + N_2 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1}}} \right].$$

Il coefficiente di diffusione quindi anche in questo caso varia col variare di N_1 (si può bensì osservare che crescendo N_1 decresce nella prima frazione $\frac{N_1}{N_2}$, e cresce $\frac{N_2}{N_1}$ nella seconda per cui la variazione totale risulterà minore). Esperienze di Stefan con etere a varie temperature, cosicchè la tensione del vapore variò da 302 a 605 mm. proverebbero invece che il coefficiente è costante e determinato dalla sua formula, e quindi sarebbe anche da ammettere che veramente esista fra le molecole la ripulsione in ragione inversa della 5^a potenza della distanza (*).

Comunque, il coefficiente dedotto colla formola di Meyer può essere usato nel nostro caso, in cui le variazioni di pressioni sono in ciascuna serie di esperienze quasi nulle. — Scegliendo un'esperienza fatta a 15°,74 ed alla pressione di 740 mm. (il cui risultato coincide col risultato medio delle altre esperienze), sostituendo al rapporto $\alpha : n$ il rapporto dei volumi corrispondenti a 0° e 760 mm. ho trovato per D a 15°,74 e 740 mm. di pressione il valore 0,2443 essendo il centimetro, grammo e secondo le unità. Prendendo poi invece del rapporto di N_1 ad N_2 quello delle pressioni corrispondenti che sono ad essi proporzionali (e prendendo per queste pressioni che variano nelle diverse sezioni i loro valori medi), sostituendo a $N_1 \pi c_1 \sqrt{2}$ l'inverso della media corsa molecolare per l'ossigeno e ponendo $N_2 \pi c_2 \sqrt{2}$, che sarebbe l'inverso della media corsa molecolare pel vapore acqueo = x^2 si ha l'equazione:

$$\frac{283200}{183560000 + 5(306 + x)^2} + \frac{502900}{0,1958 x^2 + 5(306 + x)^2} = 0,2443.$$

Essa è di 4° grado in x , però osservando che il secondo termine del denominatore della 1^a frazione ed il primo in quello della seconda sono assai piccoli rispetto agli altri due, si può sostituire in essi il valore dedotto dalle esperienze di Kundt e Warburg e così l'equazione diviene di 2° grado. Risulta così $x = 342$ e sostituendo questo nuovo valore nei due termini suddetti si ha invece $x = 341$ ossia si ha pel valore della media corsa molecolare del vapore nel vapore a circa 16° e 740 mm. $L = 0,00000891$

(1). Boltzmann, *Wiener Sitzb.*, 1872.

mentre dalle esperienze più dirette di Kundt e Warburg ⁽¹⁾ si ha $L = 0,00000649$. L'accordo non è punto grande, ma la differenza non esce dai limiti di quelle trovate da Stefan anche per gaz perfetti.



SULLE APPARENZE ELETTROCHIMICHE ALLA SUPERFICIE DI UN CILINDRO ;
STUDIO TEORICO DEL DOTT. VITO VOLTERRA.

Per primo A. Tribe ⁽¹⁾ e successivamente il Prof. A. Roiti ⁽²⁾ si occuparono dell'estensione e della forma dei depositi che si ottengono in una lastra metallica immersa in un elettrolita percorso da una corrente. Per quanto è a mia cognizione, tali fenomeni vennero finora studiati soltanto sperimentalmente.

Il Prof. A. Roiti mi propose lo studio matematico del fenomeno nel caso in cui la corrente passasse in un elettrolita fra due lastre parallele metalliche in esso immerse e gli ioni venissero a depositarsi sopra un cilindro disposto parallelamente agli elettrodi.

In tal caso la deposizione degli ioni avviene in modo che una striscia longitudinale del cilindro risulta coperta da uno di essi, un'altra striscia dall'altro ione, mentre restano scoperte due porzioni del cilindro comprese fra i due depositi. Gli ioni si vedono comparire dopo alcuni istanti da che è cominciato il passaggio della corrente ed il passaggio successivo di essa non fa che aumentare la grossezza degli strati depositati, senza sensibilmente variare l'ampiezza delle quattro regioni in cui viene a suddividersi la superficie del cilindro. Le correnti possono allora considerarsi come stazionarie.

(1) *Pogg. Ann.* 1876, Bd. 155, p. 540.

(2) *Philosophical Magazine*, S. 5. vol. XI.

(3) *Nuovo Cimento*, S. 3, vol. X.

1. A fondamento dei calcoli venne presa l'ipotesi accennata dal Prof. Roiti nella sua memoria citata, e da esso confermata con diverse prove, che la causa degli spazi ove non si vede la deposizione degli ioni debba attribuirsi alla corrente secondaria di polarizzazione.

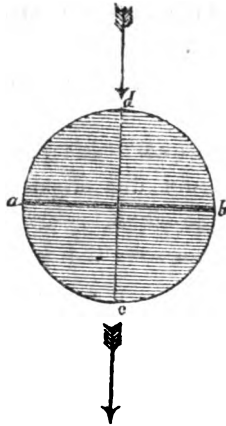
Non è ammissibile che la sede delle forze elettromotrici di polarizzazione, allorchando è raggiunto il periodo stazionario delle correnti, debba trovarsi *soltanto nei punti ove si vedono i depositi degli ioni*. Infatti, la corrente prodotta dalla forza elettromotrice di polarizzazione, che nasce nei punti ove i depositi sono visibili, *si aggiunge* alla corrente principale nelle porzioni della superficie del cilindro che appaiono scoperte; quindi se in queste parti non vi fosse alcuna forza elettromotrice, vi nascerebbe un deposito che cangerebbe lo stato delle correnti. *È dunque necessario ammettere nel periodo stazionario una forza elettromotrice distribuita sopra tutta la superficie del cilindro, e per conseguenza bisognerà che esista un deposito elettrolitico anche in quelle parti del cilindro che sembrano rimanere scoperte.*

2. Ecco come può suppersi l'andamento del fenomeno nel periodo variabile, affinchè nel periodo stazionario lo stato del cilindro risulti quale si è dovuto ammettere nel § precedente.

Nel primo istante in cui avviene il passaggio della corrente principale si formano sopra tutta la superficie del cilindro (esclusi i punti delle generatrici *a, b*) i depositi elettrolitici, onde viene a generarsi una corrente secondaria di polarizzazione dovuta alla debole forza elettromotrice prodotta. Questa corrente però è sufficiente a vincere quella principale nelle porzioni del cilindro vicine alle generatrici *a, b* (fig. 1), quindi nell'istante successivo il deposito avviene soltanto in porzioni del cilindro più vicine alle generatrici *c, d*, nelle quali parti del cilindro cresce la forza elettromotrice. Si ha dunque che le porzioni della superficie in cui avviene il deposito si restringono continuamente mentre crescono in esse le forze elettromotrici. È noto per altro che le forze elettromotrici di polarizzazione hanno un massimo, raggiunto il quale, il depositarsi successivo degli ioni non aumenta il loro valore. Ne segue che a partire dall'istante, nel quale nelle porzioni in cui avviene il deposito, le forze elettromotrici hanno

raggiunto questo massimo, le correnti diventano stazionarie ed in queste porzioni soltanto seguitano ad avvenire i depositi.

Fig. 1.



Questo ci spiega l'apparenza del cilindro, perchè, mentre sarà visibile il deposito nelle parti in cui la forza elettromotrice ha raggiunto il valore massimo e in cui la grossezza degli strati depositati può aumentare continuamente, può non essere apprezzabile il velo sottilissimo aderente alle altre parti del cilindro.

3. Il calcolo del fenomeno nel periodo variabile mi sembrò presentare troppe difficoltà: mi proposi invece di studiarlo a partire dall'istante in cui comincia il periodo stazionario, seguendo il concetto sopra accennato dello stato del cilindro in questo periodo. Suppongo avvenire il fenomeno come se l'elettrolita fosse un conduttore indefinito percorso da un flusso costante di elettricità ed il cilindro fosse pure indefinito e coll'asse diretto normalmente alla direzione della corrente principale.

Comincio dal cercare come deve essere distribuita la forza elettromotrice alla superficie del cilindro affinchè le correnti siano stazionarie; così vengo a trovare le condizioni a cui deve soddisfare la funzione potenziale della corrente di polarizzazione (§ 5). Da queste condizioni risulta che il problema ha un'unica soluzione (§ 6). Trasformate poi queste condizioni (§ 8) passo

alla risoluzione del problema (§§ 9-10) (1). Ottengo prima una relazione assai semplice per mezzo di integrali ellittici che lega le ampiezze dei depositi visibili, la forza elettromotrice di polarizzazione, la densità della corrente principale, la conducibilità del liquido e il raggio del cilindro. Un'altra formola dà poi il valore della forza elettromotrice nei diversi punti della superficie del cilindro (§ 12).

Il calcolo conduce a questi due risultati (§ 7):

1° Le ampiezze dei due depositi visibili sono sempre eguali fra loro, comunque siano le forze elettromotrici.

2°. Queste ampiezze sono indipendenti dalla conducibilità del cilindro.

4. Suppongasi un conduttore indefinito percorso da una corrente di intensità costante nella direzione negativa dell'asse delle y . Sia D la densità di questa corrente, μ la conducibilità del conduttore. In questo conduttore immergiamo un cilindro indefinito di conducibilità μ_1 , di raggio R , in modo che il suo asse coincida coll'asse z .

Vediamo come viene modificata la corrente. Trattandosi di conduttori cilindrici la soluzione ci viene fornita per mezzo di una semplice applicazione del principio delle immagini (2).

Se indichiamo con $U(\rho, \theta)$ la funzione potenziale in un punto esterno al cilindro di coordinate cilindriche ρ, θ, z riferite all'asse z e al piano xOz , avremo:

$$U(\rho, \theta) = D \left[\frac{\mu_1 - \mu}{\mu_1 + \mu} \frac{R^2}{\rho} - \rho \right] \frac{\sin \theta}{\mu},$$

e se indichiamo con $U_1(\rho, \theta)$ la funzione potenziale in un punto (ρ, θ, z) interno al cilindro, avremo:

$$U_1(\rho, \theta) = -2D \left[\frac{1}{\mu + \mu_1} \rho \sin \theta \right].$$

(1) Questa risoluzione si appoggia sopra un metodo accennato nel § IX nella mia Nota *Sopra alcune proprietà caratteristiche delle funzioni di una variabile complessa*. *Annali di Matematica*. S. II, t. XI.

(2) Vedi Maxwell, *Electricity and Magnetism*, pag. 367.

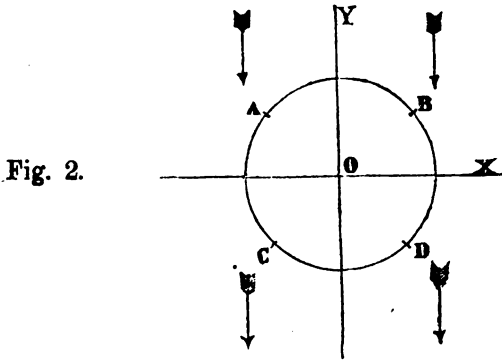
Ciò si verifica facilmente, infatti:

$$\lim_{y = \pm \infty} \left(\mu \frac{dU}{dy} \right) = -D,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U(\rho, \theta)_{\rho=R} = -\frac{2D \sin \theta}{\mu + \mu_1} R, \\ U_1(\rho, \theta)_{\rho=R} = -\frac{2D \sin \theta}{\mu + \mu_1} R, \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\mu \frac{dU}{d\rho} \right)_{\rho=R} = -\frac{2\mu_1}{\mu + \mu_1} D \sin \theta, \\ \left(\mu_1 \frac{dU_1}{d\rho} \right)_{\rho=R} = -\frac{2\mu_1}{\mu + \mu_1} D \sin \theta. \end{array} \right.$$

5. Ciò premesso, vediamo come si deve distribuire alla superficie del cilindro una forza elettromotrice compresa fra due valori di segno opposto ϵ e $-\epsilon_1$, in modo che nella porzione AB (fig. 2) incognita della superficie del cilindro, la forza elet-



tromotrice raggiunga il suo valore massimo ϵ , nella porzione CD raggiunga il suo valore minimo $-\epsilon_1$; e nei tratti BD ed AC la componente normale della intensità della corrente prodotta dalla forza elettromotrice distribuita sul cilindro eguagli la componente normale della corrente principale; inoltre si abbia che nei tratti AB e CD la componente normale della corrente principale superi la componente normale della corrente prodotta dalla forza elettromotrice distribuita sul cilindro.

Chiamiamo

$$V(\rho, \theta)$$

la funzione potenziale della corrente prodotta dalla forza elettromotrice incognita nei punti esterni al cilindro e

$$V_1(\rho, \theta)$$

la funzione potenziale della stessa corrente nei punti interni.
Poniamo

$$V'(\rho, \theta) = V\left(\frac{R^2}{\rho}, \theta\right),$$

e consideriamo la funzione

$$V_1(\rho, \theta) - V'(\rho, \theta) = \Theta(\rho, \theta).$$

Questa funzione sarà finita e continua e possiederà le seguenti proprietà:

1° verificherà l'equazione

$$\Delta^2 \Theta = 0,$$

2° nel tratto AB avremo:

$$\Theta = \varepsilon,$$

e nel tratto CD

$$\Theta = -\varepsilon_1,$$

3° nei tratti AC e BD avremo:

$$\frac{d\Theta}{dn} = P \sin \theta,$$

in cui n indica la normale al contorno diretta verso l'esterno e

$$P = \frac{2}{\mu} D.$$

Consideriamo ora la funzione

$$\mu V' + \mu_1 V_1 = \Omega(\rho, \theta).$$

Essa verificherà le condizioni seguenti:

1° avremo:

$$\Delta^* \Omega = 0 ,$$

2° al contorno

$$\frac{d\Omega}{dn} = 0 .$$

Sarà per conseguenza

$$\Omega = \text{cost.}$$

La determinazione della legge secondo cui è distribuita la forza elettromotrice sul cilindro e della corrente da essa prodotta dipende quindi unicamente dalla determinazione della funzione Θ . Conosciuta questa funzione la costante Ω dovrà essere determinata in modo che il valore di V per $\rho = \infty$ sia lo zero.

6. Vediamo se le tre condizioni imposte alla funzione Θ bastano a definirla univocamente, quando si osservi che deve aver-
si nei tratti AC e BD del contorno

$$\varepsilon > \Theta > -\varepsilon_1 ,$$

in AB

$$\frac{d\Theta}{dn} < P \text{ sen } \theta$$

e in CD

$$\frac{d\Theta}{dn} > P \text{ sen } \theta .$$

Supponiamo che due funzioni Θ_1 e Θ_2 verifichino contemporaneamente queste condizioni. Alla prima corrispondano i punti A_1, B_1, C_1, D_1 , (fig. 3), alla seconda i punti A_2, B_2, C_2, D_2 , (1). Consideriamo la loro differenza

$$\Theta_1 - \Theta_2 = \Theta_3 .$$

Comunque siano disposti i punti $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2$, avremo in alcune porzioni del contorno ($A_1 B_1$ e $C_1 D_1$ nella fig. 3)

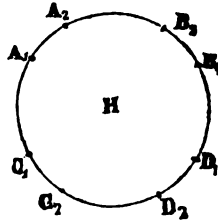
$$\Theta_3 = 0 ,$$

(1) È noto, che se i punti A_1, B_1, C_1, D_1 coincidessero rispettivamente con A_2, B_2, C_2, D_2 la Θ_1 e la Θ_2 non potrebbero differire l'una dall'altro.

in altre (A_1, C_1 e B_1, D_1)

$$\frac{d\Theta_s}{dn} = 0,$$

Fig. 3.



e nelle rimanenti

$$\Theta_s \frac{d\Theta_s}{dn} < 0$$

come facilmente si può verificare.

Ne segue che

$$\int \Theta_s \frac{d\Theta_s}{dn} ds < 0$$

in cui l'integrale è esteso al contorno s del cerchio H .

Ora questa formola è evidentemente assurda, perchè è noto che

$$\int \Theta_s \frac{d\Theta_s}{dn} ds = \iint \left[\left(\frac{d\Theta}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\Theta}{dy} \right)^2 \right] dH,$$

in cui il secondo integrale è esteso a tutto il cerchio H .

Le condizioni imposte alla Θ la definiscono quindi univocamente; però non si sa per ora nulla intorno alla sua esistenza.

7. Cerchiamo ora di dimostrare che la coppia di punti AB deve essere simmetrica alla coppia CD rispetto all'asse x e la coppia AC simmetrica a BD rispetto all'asse y (fig. 2), inoltre che la posizione di questi punti non dipende che dal valore di P e di $\varepsilon + \varepsilon_1$.

Infatti, se la funzione Θ' gode delle proprietà della Θ quando invece di ε e di $-\varepsilon_1$ si considerino

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon + \varepsilon_1}{2}, \quad -\varepsilon' = -\frac{\varepsilon + \varepsilon_1}{2},$$

avremo evidentemente

$$\Theta = \Theta' + \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{2}$$

e per conseguenza i punti A' B' C' D' corrispondenti alla Θ' coincideranno coi punti A B C D della Θ . Ora per la Θ' la simmetria indicata dei punti A' B' C' D' è evidente, quindi questa simmetria riesce dimostrata per i punti A, B, C, D.

Osserviamo che da questa simmetria risulta subito che la Θ' è nulla lungo l'asse x e $\frac{d\Theta'}{d\theta}$ è zero lungo l'asse y .

8. Per dimostrare l'esistenza della Θ' , dalla quale si deduce subito quella di Θ , e per poterla determinare cerchiamo di trasformare le condizioni imposte.

Perciò dimostriamo che se $\psi(\rho, \theta)$, funzione finita e continua nell'interno e al contorno del cerchio di raggio R , gode delle seguenti proprietà

1° Si ha

$$\Delta^2 \psi = 0, \quad \psi(-x) = \psi(x), \quad \psi(-y) = -\psi(y),$$

2° nel tratto AB del contorno del cerchio

$$\psi = \varepsilon',$$

nel tratto CD

$$\psi = -\varepsilon',$$

3° in BD e in AC si ha

$$\frac{d\psi}{dn} = P \sin \theta,$$

4° le derivate

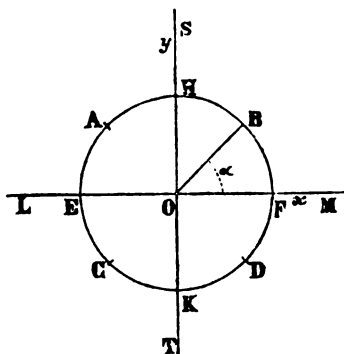
$$\frac{d\psi}{d\rho} \quad \text{e} \quad \frac{d\psi}{d\theta}$$

si mantengono sempre inferiori ad un numero finito anche al contorno, e

$$\Delta^2 \psi = 0$$

anche pei punti del contorno, al più esclusi i punti A, B, C, D, (fig. 4) la funzione ψ è appunto la funzione cercata Θ .

Fig. 4.



Consideriamo infatti la funzione

$$\psi(\rho, \theta) - \epsilon' = \psi'(\rho, \theta)$$

definita entro tutto il cerchio, e l'altra

$$\psi'_1(\rho, \theta) = -\psi'\left(\frac{R^2}{\rho}, \theta\right)$$

definita in tutti i punti esterni al cerchio.

Dimostriamo che le due funzioni ψ' e ψ'_1 si attaccano senza nessuna singolarità lungo l'arco AB.

Infatti lungo l'arco AB abbiamo

$$\psi' = \psi'_1 = 0,$$

$$\left(\frac{d\psi'_1}{d\rho}\right)_{\rho=R} = -\left[\frac{d}{d\rho}\psi'\left(\frac{R^2}{\rho}, \theta\right)\right]_{\rho=R} = \left(\frac{d\psi'(\rho, \theta)}{d\rho}\right)_{\rho=R},$$

$$\left(\frac{d^2\psi'_1}{d\rho^2}\right)_{\rho=R} = -\left(\frac{d^2}{d\rho^2}\psi'(\rho, \theta)\right)_{\rho=R} - \frac{2}{R}\left(\frac{d}{d\rho}\psi'(\rho, \theta)\right)_{\rho=R}.$$

Ma

$$\frac{d^2\psi'}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{d\psi'}{d\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{d^2\psi'}{d\theta^2} = 0,$$

quindi, poichè $\psi' = \text{cost.}$ sopra l'arco AB,

$$\left(\frac{d^2\psi'}{d\rho^2}\right)_{\rho=R} + \frac{1}{R}\left(\frac{d\psi'}{d\rho}\right)_{\rho=R} = 0,$$

e per conseguenza sull'arco AB

$$\left(\frac{d^2\psi_i'}{d\rho^2}\right)_{\rho=R} = \left(\frac{d^2\psi'}{d\rho^2}\right)_{\rho=R}.$$

Sia $\psi_i(\rho, \theta)$ una funzione eguale a ψ' entro il cerchio, eguale a ψ_i' , esternamente.

La funzione

$$\frac{\rho}{R} \frac{d\psi_i}{d\rho},$$

sarà su tutto il piano (escluso l'arco ACDB) finita, continua, insieme alle derivate, e verificherà l'equazione

$$\Delta^2 \left(\frac{\rho}{R} \frac{d\psi_i}{d\rho} \right) = 0 \quad (1).$$

Essa all'infinito si annullerà: infatti

$$\frac{d\psi_i}{d\rho} = \frac{R^2}{\rho^2} \frac{d}{d\frac{R^2}{\rho}} \psi_i \left(\frac{R^2}{\rho}, \theta \right).$$

Si ha dunque che nel mezzo piano LMS il massimo valore di

$$\frac{\rho}{R} \frac{d\psi_i}{d\rho},$$

si avrà in uno dei punti degli archi EA ed FB, perchè ψ_i è costante su LM, quindi $\frac{\rho}{R} \frac{d\psi_i}{d\rho}$ è zero nei punti di questa retta.

Ne segue che il massimo valore di questa funzione sarà

$$P \sin \alpha,$$

essendo α l'anomalia del punto B, e per conseguenza in un punto (R, θ) di AB il valore di

$$\frac{d\psi_i}{d\rho},$$

ossia il valore di

$$\frac{d\psi}{dn}.$$

(1) Vedi Dini, *Annali di Matematica*, Vol. V.

sarà sempre inferiore a $P \sin \alpha$ e a più forte ragione a $P \sin \theta$.

In modo del tutto analogo si dimostra che il valore di

$$\frac{d\psi}{dn}$$

nei punti dell'arco CD è superiore a $P \sin \theta$.

Consideriamo ora la funzione

$$\frac{d\psi}{d\theta} - P \rho \cos \theta = \phi(\rho, \theta)$$

definita in tutti i punti interni al cerchio, e

$$\phi_1(\rho, \theta) = \phi\left(\frac{R^2}{\rho}, \theta\right)$$

definita nei punti esterni.

Queste funzioni si attaccano senza nessuna singolarità lungo gli archi BD ed AC.

Abbiamo infatti in uno dei punti di questi archi:

$$\phi = \phi_1$$

$$\left(\frac{d\phi_1}{d\rho}\right)_{\rho=R} = -\left(\frac{d\phi(\rho, \theta)}{d\rho}\right)_{\rho=R} = -\frac{d}{d\theta}\left(\frac{d\psi}{d\rho} - P \sin \theta\right)_{\rho=R} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2\phi_1}{d\rho^2}\right)_{\rho=R} = \left(\frac{d^2\phi(\rho, \theta)}{d\rho^2}\right)_{\rho=R} + \frac{2}{R}\left(\frac{d\phi(\rho, \theta)}{d\rho}\right)_{\rho=R} = \left(\frac{d^2\phi(\rho, \theta)}{d\rho^2}\right)_{\rho=R}.$$

Sia ora $\phi_2(\rho, \theta)$ una funzione eguale a ϕ nei punti interni al cerchio ed eguale a ϕ_1 nei punti esterni. Questa funzione sarà finita, continua e verificherà l'equazione

$$\Delta^2 \phi_2 = 0$$

in tutto il piano, esclusi al più i punti degli archi AB e CD. Essa si annullerà all'infinito e lungo la retta ST a causa della simmetria della funzione ψ rispetto a questa retta. Se consideriamo questa funzione nel mezzo piano STM avremo che i suoi massimi e minimi dovranno trovarsi sugli archi HB e KD, quindi la funzione stessa dovrà esser compresa fra 0 e $-PR \cos \alpha$.

Quindi lungo BD la $\frac{d\psi}{d\theta} = PR \cos \theta + \phi(\rho, \theta)$ dovrà man-

tenersi sempre positiva e per conseguenza i valori della ψ lungo BD dovranno andare crescendo continuamente dal punto D, in cui prende il valore $-\varepsilon'$ fino al punto B in cui prende il valore ε' .

9. La questione è dunque ridotta a vedere se è possibile costruire la funzione ψ , la quale, se esiste, è definita univocamente dalle condizioni sopraccennate.

La determinazione di tale funzione ci servirà a trovare la posizione dei punti A, B, C, D, cioè la relazione che lega le quantità

$$\varepsilon, \varepsilon', D, \alpha,$$

la distribuzione della forza elettromotrice alla superficie del cilindro e quindi la funzione potenziale delle correnti prodotte da questa forza elettromotrice.

Sia $u(\rho, \theta)$ una funzione che verifica alle proprietà volute per la ψ . Rappresentiamo conformemente il cerchio sopra un rettangolo A_1, B_1, C_1, D_1 , (fig. 5), in modo che i vertici corrispondano ai punti A, B, C, D, il centro O del cerchio corrisponda al

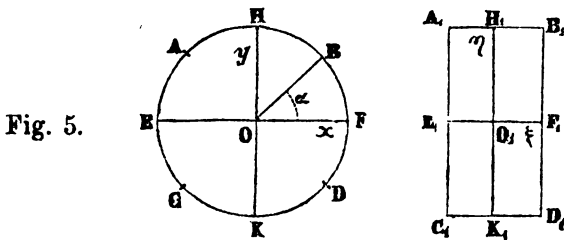


Fig. 5.

centro O , del rettangolo, i diametri EF, HK del cerchio alle parallele ai lati E_1F_1, H_1K_1 , nel rettangolo, x, y le coordinate di un punto del piano del cerchio riferite a EF, HK come assi e ξ, η le coordinate di un punto nel piano del rettangolo riferite alle rette corrispondenti come assi. Posto $z = x + iy, \zeta = \xi + i\eta$, la funzione che dà la rappresentazione conforme sarà ⁽¹⁾

(1) Vedi Dini, *Annali di Matematica*, S. II, t. VIII.

$$\begin{aligned}
 z &= \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{(z-Re^{-i\alpha})(z-Re^{i\alpha})(z-Re^{i(\pi-\alpha)})(z-Re^{i(\pi+\alpha)})}} \\
 &= \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{(z^2-R^2e^{-2i\alpha})(z^2-R^2e^{-2i\alpha})}} = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{z^4+R^4-2R^2z^2\cos 2\alpha}}.
 \end{aligned}$$

Potremo considerare reciprocamente z come funzione di ζ . Della forma di questa funzione inversa (*) non importa però tener conto.

Da essa si dedurrebbe:

$$\rho = \rho(\xi, \eta), \quad \theta = \theta(\xi, \eta).$$

Mediante queste due funzioni riportiamo la $u(\rho, \theta)$ nel rettangolo. Essa risulterà una funzione

$$u_1(\xi, \eta)$$

finita, continua e che verificherà l'equazione

$$\Delta^2 u_1 = 0.$$

La

$$\frac{du_1}{d\xi} = v_1(\xi, \eta)$$

sarà nulla sopra A, B, e C, D, e sarà eguale a

$$\frac{du_1}{d\rho} \frac{d\rho}{d\xi} = P \operatorname{sen} [\theta(\xi, \eta)] \cdot \frac{d\rho}{d\xi} = P \operatorname{sen} [\theta(\xi, \eta)] \cdot \frac{R d\theta}{d\eta}$$

sopra i lati A, C, e B, D. Riportiamo la funzione v , sopra il cerchio. Essa sarà una funzione $v(\rho, \theta)$ che risulterà eguale a zero sopra AB e CD e sopra AC e BD sarà eguale a

$$P \operatorname{sen} \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)}.$$

Avremo quindi (*):

$$\begin{aligned}
 v(\rho, \theta) &= \\
 &= \frac{P}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \operatorname{sen} \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} r \left(\frac{Re^{i\theta}+z}{Re^{i\theta}-z} \right) d\theta + \frac{P}{2\pi} \int_{\pi-\alpha}^{\pi+\alpha} \operatorname{sen} \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} r \left(\frac{Re^{i\theta}+z}{Re^{i\theta}-z} \right) d\theta,
 \end{aligned}$$

(1) Vedi Christoffel, *Annali di Matematica*, S. II, t. I.

(2) Vedi Schwarz, *XV Jahrgang der Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich*.

in cui $r(M)$ sta ad indicare la parte reale del numero complesso M .

Sia

$$v'(\rho, \theta) + c,$$

(in cui c è una costante arbitraria reale) la funzione coniugata della $v(\rho, \theta)$, avremo

$$\begin{aligned} & v + i(v' + c) \\ &= \frac{P}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \sin \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \frac{Re^{i\theta} + z}{Re^{i\theta} - z} d\theta + \frac{P}{2\pi} \int_{\pi-\alpha}^{\pi+\alpha} \sin \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \frac{Re^{i\theta} + z}{Re^{i\theta} - z} d\theta + c_1 i \\ &= \frac{P}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \sin \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \frac{R^2 e^{2i\theta} + z^2}{R^2 e^{2i\theta} - z^2} d\theta + c_1 i, \end{aligned}$$

essendo c_1 una costante arbitraria reale. Se

$$v_1'(\xi, \eta) + c$$

è la funzione coniugata della $v_1(\xi, \eta)$, avremo:

$$v_1 + (v_1' + c)i = \frac{P}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \sin \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \frac{R^2 e^{2i\theta} + z^2(\zeta)}{R^2 e^{2i\theta} - z^2(\zeta)} d\theta + c_1 i.$$

Sia la funzione u_1' coniugata di u_1 , avremo:

$$\frac{d[u_1 + iu_1']}{d\xi} = \frac{d[u_1 + iu_1']}{d\zeta} = v_1 + i(v_1' + c),$$

quindi

$$u_1 + iu_1' = \frac{P}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \sin \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \int_{\zeta}^{\zeta} \frac{R^2 e^{2i\theta} + z^2(\zeta)}{R^2 e^{2i\theta} - z^2(\zeta)} d\zeta d\theta + c_1 i \zeta + h_1 + ih_2,$$

h_1 e h_2 essendo costanti arbitrarie reali.

Per conseguenza, se u' è la funzione coniugata di u , si ha

$$\begin{aligned}
u + iu' &= \frac{PR}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \sin \theta \frac{1}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \int_0^z \frac{R^2 e^{2i\theta} + z^2}{R^2 e^{2i\theta} - s^2} \frac{d\zeta}{ds} dz d\theta + c_1 i \zeta(s) + h_1 + i h_2 \\
&= -4 \frac{PR^2}{\pi} i \int_0^{\alpha} \sin \theta \frac{1}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \int_0^z \frac{s^2 \sin \theta}{R^4 + s^4 - 2R^2 s^2 \cos 2\theta} \frac{d\zeta}{ds} dz d\theta \\
&\quad + c_1 i \zeta(s) + h_1 + i h_2.
\end{aligned}$$

Ora se in $\frac{d\zeta}{ds}$ facciamo $s = R e^{i\theta}$ con

$$\alpha > \theta > 0,$$

si trova:

$$\frac{i d\eta}{R i e^{2i\theta} d\theta} = \frac{1}{R^2 \sqrt{e^{4i\theta} + 1 - 2e^{2i\theta} \cos 2\alpha}},$$

quindi:

$$\frac{d\eta}{d\theta} = \frac{1}{2R \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \theta}}.$$

Ne segue che si potrà scrivere

$$\begin{aligned}
u + iu' &= -\frac{16 P R^4}{\pi} i \int_0^z s^2 \frac{d\zeta}{ds} dz \int_0^{\alpha} \frac{\sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \theta}}{(R^2 - s^2)^2 + 4 R^2 s^2 \sin^2 \theta} d\theta \\
&\quad + c_1 i \zeta(s) + h_1 + i h_2.
\end{aligned}$$

Ora abbiamo con facili calcoli, ponendo

$$x = \frac{\sin \theta}{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \theta}}.$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{\alpha} \frac{\sin^2 \theta \cos \theta \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \theta}}{R^4 - s^4 + 4 R^2 s^2 \sin^2 \theta} d\theta &= \frac{\pi}{2R^4} \frac{(R^2 - s^2)^2 + 2 R^2 s^2 \sin^2 \alpha}{16 s^4} \\
&= \frac{(R^2 - s^2) \sqrt{R^4 + s^4 - 2 R^2 s^2 \cos 2\alpha}}{16 R^4 s^4} \int_0^{\infty} \frac{1}{\frac{1}{\left(\frac{1}{R^2 - s^2}\right)^2} (R^4 + s^4 - 2 R^2 s^2 \cos 2\alpha) x^2} dx
\end{aligned}$$

Ma finchè il mod z è inferiore ad R

$$\frac{R^4 + z^4 - 2R^2 z^2 \cos 2\alpha}{(R^2 - z^2)^2}$$

se è reale è positivo, quindi l'integrale che comparisce nel secondo membro della equazione precedente sarà finito ed eguale a $\frac{\pi}{2}$ o a $-\frac{\pi}{2}$. Ciò dipende dal segno della parte reale di

$$\sqrt{R^4 + z^4 - 2R^2 z^2 \cos 2\alpha}.$$

Se si prende questo radicale positivo per $z = 0$, la sua parte reale si mantiene sempre positiva finchè $\text{mod } z < R$, e quindi l'integrale è sempre eguale a $\frac{\pi}{2}$. Ne segue, finchè $\text{mod } z < R$

$$u + iu' = -\frac{Pi}{2} \int_0^z \frac{\frac{d\zeta}{dz}}{\frac{d\zeta}{dz}} \left| \frac{\frac{(R^2 - z^2)^2 + 2R^2 z^2 \sin^2 \alpha}{z^2}}{\frac{(R^2 - z^2) \sqrt{R^4 + z^4 - 2R^2 z^2 \cos 2\alpha}}{z^2}} \right| dz$$

$$+ c_1 i \zeta(z) + h_1 + i h_2.$$

Ma l'espressione sotto l'integrale è una funzione senza nessuna singolarità, esclusi i punti A, B, C, D, nei quali il $\frac{d\zeta}{dz}$ diviene infinito d'ordine $\frac{1}{2}$ quindi l'espressione precedente ci dà i valori di $u + i u'$, anche per $\text{mod } z = R$. Da essa si deduce

$$u = r \left\| -\frac{Pi}{2} \int_0^z \frac{\frac{d\zeta}{dz}}{\frac{d\zeta}{dz}} \left| \frac{\frac{(R^2 - z^2)^2 + 2R^2 z^2 \sin^2 \alpha}{z^2}}{\frac{(R^2 - z^2) \sqrt{R^4 + z^4 - 2R^2 z^2 \cos 2\alpha}}{z^2}} \right| dz \right\|$$

$$- c_1 y(\rho, \theta) + h_1.$$

10. Nella precedente espressione di u compariscono le tre costanti α , c_1 , h_1 . Cerchiamo di determinarle per mezzo delle condizioni note. La h_1 è zero perchè u deve essere zero per $\rho = 0$. In tal modo la u viene a cambiar segno cambiando la y in $-y$.

Dobbiamo poi avere

$$\frac{du}{d\rho}, \quad \frac{du}{d\theta}$$

sempre finite; ciò equivale a porre la condizione che

$$\frac{d(u + i u')}{dz}$$

si mantenga sempre finita. Infatti in tal caso saranno finiti,

$$\frac{du}{dx} \quad \text{e} \quad \frac{du'}{dx} = - \frac{du}{dy}.$$

Abbiamo ora

$$\frac{d(u + i u')}{dz} = - \frac{P i d\zeta}{2 dz} \left[\frac{(R^2 - z^2)^2 + 2R^2 z^2 \sin^2 \alpha}{z^3} - \frac{(R^2 - z^2) \sqrt{R^2 + z^2 - 2R^2 z^2 \cos 2\alpha}}{z^3} \right] + c_1 i \frac{d\zeta}{dz},$$

onde ricordando il valore noto di $\frac{d\zeta}{dz}$, si ottiene

$$\frac{d(u + i u')}{dz} = i \left[- \frac{P}{2} \frac{(R^2 - z^2)^2 + 2R^2 z^2 \sin^2 \alpha}{z^3} + c_1 \right] \frac{d\zeta}{dz} + \frac{P i R^2 - z^2}{2 z^3}.$$

Si riconosce subito che questa espressione non può divenire infinita che dove diviene infinito $\frac{d\zeta}{dz}$. Perciò bisognerà porre la condizione che

$$- \frac{P}{2} \frac{(R^2 - z^2)^2 + 2R^2 z^2 \sin^2 \alpha}{z^3} + c_1,$$

per i valori di z eguali a $Re^{-i\alpha}$, $Re^{i\alpha}$, $Re^{i(\pi-\alpha)}$, $Re^{i(\pi-\alpha)}$ divenga infinitesima d'ordine superiore ad $\frac{1}{2}$.

Ciò evidentemente si verificherà quando si prenda

$$c_1 = - PR^2 \sin^2 \alpha.$$

Per determinare finalmente la costante α , osserveremo che lungo l'arco AB il valore costante che deve assumere la u è E' , quindi porremo la condizione che la u nel punto B sia eguale ad E' .

Perciò calcoliamo il valore di u in un punto (R, ω) dell'arco FB. Osservando che in F, u è zero, avremo

$$(1) \quad [u + iu']_{Re i \omega}$$

$$= -\frac{Pi}{2} R \int_0^{\omega} \left| \frac{\frac{(1-e^{2i\omega})^2 + 2e^{i\omega} \operatorname{sen}^2 \alpha}{e^{2i\omega}}}{\frac{(1-e^{2i\omega}) \sqrt{(1-e^{2i\omega})^2 + 4e^{2i\omega} \operatorname{sen}^2 \alpha}}{e^{2i\omega}}} \right| \frac{ie^{2i\omega} d\omega}{\sqrt{(1-e^{2i\omega})^2 + 4e^{2i\omega} \operatorname{sen}^2 \alpha}} \\ - iPR \operatorname{sen}^2 \alpha \int_0^{\omega} \frac{ie^{i\omega} d\omega}{\sqrt{(1-e^{2i\omega})^2 + 4e^{2i\omega} \operatorname{sen}^2 \alpha}} + h i \\ = PR \int_0^{\omega} \sqrt{\operatorname{sen}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \omega} d\omega - PRi \cos \omega + h'i,$$

quindi

$$(u)_{Re i \omega} = PR \int_0^{\omega} \sqrt{\operatorname{sen}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \omega} d\omega.$$

La condizione che in B la u abbia il valore ε' è quindi espressa da

$$\varepsilon' = PR \int_0^{\alpha} \sqrt{\operatorname{sen}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \omega} d\omega$$

e ricordando che

$$P = \frac{2D}{\mu},$$

si ha

$$\varepsilon' = \frac{2DR}{\mu} \int_0^{\alpha} \sqrt{\operatorname{sen}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \omega} d\omega.$$

Questa relazione ci fornisce il modo di determinare la posizione dei punti A, B, C, D conoscendo le forze elettromotrici ε e ε_1 , la densità D della corrente e la conducibilità μ dell'elettrolita.

Ricordando infatti che $\varepsilon + \varepsilon_1 = 2 \varepsilon'$, avremo

$$(2) \quad \varepsilon + \varepsilon_1 = \frac{4DR}{\mu} \int_0^{\alpha} \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \omega} d\omega.$$

La forza elettromotrice ε_{ω} nei punti (R, ω) dell'arco FB ci viene data dalla formula

$$(3) \quad \varepsilon_{\omega} = \frac{2DR}{\mu} \int_0^{\omega} \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \omega} d\omega + \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{2}.$$

11. Una conferma che la espressione trovata per la u verifica alle condizioni imposte alla funzione Θ' , ci viene fornita dall'espressione trovata (1) dei valori di $u + iu'$ al contorno. Abbiamo infatti, per $-\alpha < \omega < \alpha$, oppure per $\pi - \alpha < \omega < \pi + \alpha$,

$$\left(\frac{du}{d\rho}\right)_{\rho=R} = \frac{1}{R} \left(\frac{du'}{d\omega}\right)_{\rho=R} = P \sin \omega;$$

per $\alpha < \omega < \pi - \alpha$, oppure per $\pi + \alpha < \omega < 2\pi - \alpha$,

$$\frac{du}{d\omega} = 0;$$

per $-\alpha < \omega < \alpha$,

$$\frac{du}{d\omega} = PR \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \omega} > 0;$$

per $\pi - \alpha < \omega < \pi + \alpha$,

$$\frac{du}{d\omega} = -PR \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \omega} < 0;$$

per $\alpha < \omega < \pi - \alpha$

$$\left(\frac{du}{d\rho}\right)_{\rho=R} = \frac{1}{R} \left(\frac{du'}{d\omega}\right)_{\rho=R} = P(\sin \omega - \sqrt{\sin^2 \omega - \sin^2 \alpha}) < P \sin \omega$$

finalmente per $\pi + \alpha < \omega < 2\pi - \alpha$,

$$\frac{du}{d\rho} = P(\sin \omega + \sqrt{\sin^2 \omega - \sin^2 \alpha}) > P \sin \omega.$$

12. Le formule (2) e (3) si esprimono facilmente per integrali ellittici.

Ponendo infatti

$$\frac{\operatorname{sen} \omega}{\operatorname{sen} \alpha} = \operatorname{sen} \phi ,$$

$$k = \operatorname{sen} \alpha ,$$

si ottiene

$$\varepsilon + \varepsilon_1 = \frac{4DR}{\mu} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k^2 \cos^2 \phi d\phi}{\sqrt{1-k^2 \operatorname{sen}^2 \phi}} ,$$

$$\varepsilon_\omega = \frac{2DR}{\mu} \int_0^\phi \frac{k^2 \cos^2 \phi d\phi}{\sqrt{1-k^2 \operatorname{sen}^2 \phi}} + \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{2}$$

e quindi

$$(4) \quad \varepsilon + \varepsilon_1 = \frac{4DR}{\mu} (k^2 K - I) = \frac{4DR}{\mu} (\varepsilon - k'^2 K) ,$$

$$(5) \quad \varepsilon_\omega = \frac{2DR}{\mu} [k^2 x - Z(x)] + \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{2}$$

quando si ponga

$$\frac{\operatorname{sen} \omega}{\operatorname{sen} \alpha} = \operatorname{sn} x , \quad \text{mod. } k ,$$

e si adottino le consuete notazioni

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{\sqrt{1-k^2 \operatorname{sen}^2 \phi}} , \quad I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k^2 \operatorname{sen}^2 \phi d\phi}{\sqrt{1-k^2 \operatorname{sen}^2 \phi}}$$

$$\varepsilon = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2 \operatorname{sen}^2 \phi} d\phi , \quad Z(x) = \int_0^x k'^2 \operatorname{sn}^2 x dx .$$

Le formule (4) e (5) si prestano con grandissima facilità ai calcoli numerici, e al confronto con i dati della esperienza.

Firenze, Ottobre 1882.



SULLA LUNGHEZZA DI UNA O PIÙ SCINTILLE ELETTRICHE DI UN CONDENSATORE E SULLE MODIFICAZIONI CHE ESSE SUBISCONO PER EFFETTO DELLE VARIE RESISTENZE INTRODOTTE NEL CIRCUITO DI SCARICA; VII.^a MEMORIA DEL PROF. EMILIO VILLARI.

Le lunghezze e le dimensioni di una o più scintille della scarica di un condensatore, oltrechè dalla natura e stato elettrico di questo, dipendono da svariate altre circostanze sperimentali. E sebbene moltissime indagini sieno state eseguite dai fisici intorno alle scintille, pure sempre riman molto ancora da investigare; perciò non sarà inutile di esporre i risultati principali di alcune mie esperienze eseguite ultimamente su codeste scintille. E per rendere la mia esposizione più facile, lo dividerò in due parti o capitoli; nella prima discorrerò delle lunghezze di una o due scintille generate contemporaneamente dalla scarica di un condensatore, e nella seconda parlerò degli effetti prodotti dalle varie resistenze sulle dimensioni delle scintille eccitatrici dei medesimi.

PARTE PRIMA

Sulla lunghezza di una o due scintille di un condensatore.

Quando si scarica una bottiglia con un eccitatore, la scintilla *eccitatrice* che contro questo si produce varia nelle sue dimensioni, per la carica del condensatore, pel gas nel quale essa balena e per la forma degli elettrodi da quali essa scatta. Le più lunghe si producono fra le punte; ed io avendo voluto sperimentare su lunghe scintille le facevo scattare fra gli estremi di fili di platino grossi 1^{mm}. Le ricerche furono fatte sempre in condizioni identiche; ed in ciò fui favorito da una stagione oltremodo asciutta, che per più mesi con elevatissima pressione atmosferica si mantenne nei nostri climi.

Le mie prime indagini ebbero per iscopo di determinare come si modifica la scintilla *eccitatrice*, quando nel circuito congiuntivo se ne produca una seconda di varia lunghezza, e che chiamo scintilla *congiuntiva*, per distinguerla dalla prima.

L'apparecchio da me adoperato era formato principalmente di una batteria di varie bottiglie, di un interruttore, e d'un eccitatore.

La batteria, era un po' diversa dalle ordinarie, ed ha perciò bisogno di una breve descrizione. Essa è formata di bottiglie cilindriche, alte 50cm, e larghe 13, rivestite per due terzi circa di stagnola accuratamente tagliata, e ricoperte nel resto da molti strati di vernice a lacca. Tali bottiglie erano poste in una cassetta di legno con tramezzi alti solo 5cm: e naturalmente si poteva con facilità variare il loro numero. Il fondo della cassetta era ricoperto da una lastra di rame stagnata e munita di un grosso orlo o cordone rotondo, per evitare le fughe dell'elettricità; la qual lastra per due appendici od orecchiette era unita ai due serrafilì a vite ed a grosse palle d'ottone: inoltre nella costruzione della cassetta non furono adoperati chiodi per evitare le fughe dalle loro punte.

Dentro ogni bottiglia penetrava un grosso tubo d'ottone terminato in basso con tre forti molle, parimente d'ottone e stagnate, le quali vigorosamente premevano contro l'armatura interna. Essi tubi in alto finivano a cono, così che facilmente ed a perfetto contatto si potevano unire a dei grossi tubi o conduttori di ottone muniti di fori appropriati: i quali tubi erano terminati con grosse palle di ottone fissate a vite, che servivano da serrafilì. Uno dei conduttori portava un pezzo aggiunto che lo prolungava, e che serviva a caricar più facilmente la batteria con la macchina. Finalmente i vari conduttori potevano riunirsi fra loro, mercè dei bracci che venivano stretti con le viti delle palline dei conduttori istessi. Così tutti i contatti erano perfetti ed ogni scintilla perturbatrice era evitata. La batteria poteva scaricarsi attraverso un circuito di grossi fili di rame, nel quale trovavasi uno spinterometro, ed un eccitatore terminati ambedue con fili di platino di 1^{mm} di diametro. L'eccitatore aveva una branca verticale, ed isolata alla quale poteva avvicinarsi una branca col foro isolato, e mobile così che le scintille eccitatrici vi si producevano verticali; le immagini delle quali erano da una eccellente lente fotografate in grandezza uguale al vero, onde poterne determinare con rigore la lunghezza. Lo spinterometro e lo eccitatore erano separati dalla batteria durante la sua carica, ma vi si riunivano

al momento della scarica mercè un interruttore speciale in ebanite che stabiliva le comunicazioni con contatti a mercurio a fin d'evitare le scintille.

Ciò premesso le esperienze si eseguivano assai facilmente nel modo seguente. Si caricava opportunamente la batteria; e mentre un assistente per mezzo dello interruttore la riuniva al circuito, un secondo lo chiudeva smuovendo con una bacchetta di ebanite l'asta mobile dell'eccitatore. Così la scarica produceva una scintilla eccitatrice in questo, (la quale veniva fotografata) ed una congiuntiva nello spinterometro.

Nelle fotografie apparivano con grande nettezza le immagini dei fili dell'eccitatore: e così si misuravano con rigore, mercè le seste, le lunghezze della eccitatrice; e quella della congiuntiva si misurava direttamente sullo spinterometro. La lunghezza di questa ultima scintilla si fece variare da zero alla massima possibile, onde variava anche quella dell'eccitatrice. Ciascuna esperienza fu ripetuta da 5 a 10 volte per ciascun caso, e dei risultati ottenuti furono prese le medie, che sono trascritte nello specchio che segue (¹):

TABELLA I (¹).

4 bottiglie, 14 cariche, medie di 10 misure.

NUMERO d'ordine	Lunghezza della scintilla		Lunghezza somma $L+L_1$	Differenza da 31,56
	Congiuntiva L	Eccitatrice L_1		
I	II	III	IV	V
1	0,5	39,80	40,30	
2	2,0	36,64	38,64	
3	4,0	28,65	32,65	+1,09
4	8,0	23,77	31,77	+0,21
5	12,0	20,56	31,56	0,00
6	16,0	13,97	29,97	-1,59
7	20,0	10,32	30,32	-1,24
8	24,0	7,18	31,18	+0,38
9	28,0	5,5	33,50	+1,94

(1) Farò qui avvertire che col ripetere le esperienze, il mio assistente ing. Bracchi ed io avevamo acquistato tanta pratica, che le diverse operazioni si eseguivano quasi automaticamente e presso che nel medesimo istante; onde le perdite di elettricità potevano ritenersi come trascurabili, e le misure concordavano sempre fra loro. Inoltre tutte le diligenze furono usate per un perfetto isolamento delle varie parti dell'apparecchio.

(2) In questa e nelle seguenti tavole le lunghezze delle scintille son date in millimetri.

TABELLA II.

4 bottiglie, 12 cariche, medie di 6 a 10 misure.

NUMERO d'ordine	Lunghezza della scintilla		Lunghezza somma $L + L_1$	Differenza da 34,3
	Congiuntiva L	Eccitatrice L_1		
I	II	III	IV	V
1	0,0	28,8	28,8	
2	0,5	44,6	45,1	
3	2,0	35,0	37,0	+2,7
4	4,0	33,2	37,2	+2,9
5	9,0	22,8	31,8	-2,5
6	14,0	21,3	35,3	+1,0
7	19,0	11,4	30,4	+3,9
8	24,0	8,8	32,8	-1,5
9	29,0	5,36	34,4	+0,1
10	34,0	1,57	35,5	+1,2
11	44,0	piccolissim.		

Nelle colonne II e III delle tabelle precedenti sono riportate le lunghezze L ed L_1 delle scintille congiuntive ed eccitatrici: nella colonna IV la loro somma $L + L_1$, e nella V le singole differenze dalla media di dette somme. Dai risultati trascritti si rileva che a partire da una lunghezza di 3 o 4^{mm} di L , la somma $L + L_1$, è costante; ed infatti le differenze della colonna V dalla media sono piccole e saltuarie. Scorgesi inoltre che quando la congiuntiva L è piccolissima, l'eccitatrice L_1 , si allunga oltre misura onde la somma $L + L_1$, allora acquista un valore massimo.

A meglio rilevare la legge del fenomeno ripetei altre analoghe esperienze facendo variare lentissimamente la lunghezza di L ; e le medie di 5 misure concordanti sono qui appresso riportate:

TABELLA III.

NUMERO d'ordine	Lunghezza della scintilla		Somme $L + L_1$	Medie delle somme $L + L_1$	Differenze dalle medie
	Congiuntiva L	Eccitatrice L_1			
I	II	III	IV	V	VI
1	0,0 (1)	26,0	26,0	39,8	
2	0,0 (1)	25,7	25,7		
3	0,1	38,0	38,1		-1,7
4	0,2	42,0	42,2		+2,4
5	0,3	41,5	41,8		+2,0
6	0,5	39,5	40,0		+0,2
7	0,7	37,6	38,3		-1,5
8	1,0	38,2	39,2		-0,6
9	1,5	37,7	39,2		-0,6
10	2	32,8	34,8	31,2	
11	3	29,1	32,1		+0,9
12	6	24,9	30,9		-0,3
13	10	22,8	32,8		+1,6
14	18	11,0	29,0		-2,2
15	23	10,6	33,6		+2,4
16	27	4,2	31,2		0,0
17	30	2,5	32,5		+1,3
18	32	2,5	34,5		
19	34	circa 1,0			
20	36	"			
21	38	"			
22	40	"	circa 41,0	circa 41,0	
23	42	non vi fu scarica			

Questo quadro è disposto come i due precedenti ed esso, oltre che conferma i risultati di quelli, dà luogo a varie altre considerazioni, che tutte possono così riassumersi:

1. Quando la scintilla congiuntiva L è zero, la somma $L + L_1$, è minima (Esperienza 1 e 2).

2. Per un valore di L piccolissimo, compreso fra 0 e 1^{mm},5 la somma $L + L_1$, ha un valore costante e massimo (Esperienza 3 e 9).

3. Per valori maggiori di L , e compresi fra 3^{mm} e 32^{mm}, la somma $L + L_1$, ha un valore medio e costante (Esperienza 11 e 18).

(1) Per la congiuntiva zero, i fili dello spinterometro una prima volta furono stretti con un serrafili ed una seconda furon messi semplicemente a contatto fra loro.

4. Pei valori piccolissimi di L , la somma $L + L_1$ ritorna un massimo, a un dipresso eguale al primo (Esperienza 19 e 23).

5. I due valori massimi di $L + L_1$ corrispondenti ad un valore piccolissimo di L od L_1 , passano gradatamente al valore intermedio costante (Esperienza 10 e 18).

Questi stessi risultati possono più brevemente indicarsi nel modo seguente:

$L = 0^{\text{mm}}$	$L + L_1 = 26$ minima
L varia da $0^{\text{mm}}1$ a $1^{\text{mm}}5$	$L + L_1 = 39,8$ massimo cost.
L circa 2^{mm}	$L + L_1 = 34,8$
L varia da 3 a 30^{mm}	$L + L_1 = 31,3$ media cost.
L , circa 2,5	$L + L_1 = 34,5$
L , inferiore a 2	$L + L_1 = 41$ massima cost.

Per istudiar meglio questi vari fatti divideremo il soggetto in due paragrafi: Nel primo ci occuperemo del caso nel quale una delle due scintille sia piccolissima: e nel secondo dirò dei fenomeni che si presentano quando le due scintille sieno del medesimo ordine di grandezza.

§ 1. *Proprietà delle scintille piccolissime.*

Da ciò che precede chiaramente risulta che quando nella scarica d'un condensatore si producono due scintille, una delle quali sia piccolissima, essa ha la proprietà di fare allungare sensibilmente l'altra in modo, che la loro somma diventi un massimo.

Per indagare l'origine di questa singolare proprietà cercai in prima di determinare l'influenza delle cariche. Perciò adoperai 4 bottiglie, che disseccai ed asciugai perfettamente al fuoco, onde scariche parziali interne (1) non si producessero sul lembo del vetro verniciato: le caricavo variamente e poi le scaricavo attraverso un circuito, ora continuo ed ora con breve interruzione, e prendevo le fotografie della eccitatrice nei due casi. Le esatte misure di codeste lunghezze sono riportate nel quadro seguente:

(1) Ho chiamato scariche parziali interne quelle che si producono dalle armature sulle facce scoperte del vetro dalle bottiglie, quando queste si caricano oltre misura. V. Villari, Sulle figure elettriche dei condensatori, *Acc. delle Sc. di Bolog.* serie 4. tomo III, pag. 663, 1882,

TABELLA IV.

4 Bottiglie.

Cariche	Lunghezza della scintilla			Media di L_1	Rapporti
	Congiuntiva L	Eccitatrice L_1			
		I. serie	II. serie		
16	0,0	31,1 32,4 30,7 31,1 32,3	27,7 27,0 30,7 31,8	30,4	
	circa 0,3	53,0 55,3 52,2 54,5	51,1 52,5 55,5 54,8 52,2		
12	0,0	28,3 29,2 30,0 28,8 29,2 30,0 29,0 29,1	27,2 27,0 28,9 28,2 28,7 28,7 28,9 28,3 28,9	28,8	
	0,5	46,0 44,0 47,2 47,1 44,1 45,0 44,2	43,2 45,7 44 43 45 43,2 43,1 43,0		
5	0,0	15,8 12 15,9 16,2 15,8		15,1	
	0,5	15 15,6 15,1 14,9 14,8			

Nel quadro precedente sono registrate, nella I colonna le cariche, nella II le lunghezze della congiuntiva, nella III, in 2 serie, quelle delle eccitatrici corrispondenti; nella IV le medie di queste a circuito continuo e con breve interruzione: e finalmente nella V sono indicati i rapporti tra le lunghezze delle eccitatrici, ottenute a circuito interrotto ed a circuito continuo.

Dalla colonna V rilevasi che detti rapporti decrescono col decrescere delle cariche e dei potenziali. Infatti detto rapporto è 1,76 per 16 cariche, 1,48 per 12 ed 1 per 5 cariche impartite costantemente a 4 bottiglie; laonde deve si ammettere che la proprietà od attitudine che ha la scintilla di farne allungare un'altra, cresce con le cariche ed i potenziali delle bottiglie, e si annulla nel caso che essi sieno molto piccoli.

Le lunghezze più opportune, delle piccole scintille, perchè tale proprietà in esse si manifesti dipendono eziandio dalle cariche e dai potenziali del condensatore. Se questi sono elevati quella proprietà si riscontra nelle scintille estremamente piccole ed in quelle anche alquanto lunghette. Così nel quadro seguente, per 9 cariche date a 3 bottiglie, noi scorgiamo che mentre la eccitatrice a circuito continuo era di soli 26^{mm}, essa s'allungò sin presso a 40^{mm} quando nel circuito si produceva una scintilla congiuntiva variante in lunghezza da 0^{mm},1 ad 1,5. Rilevasi inoltre che tale efficacia delle piccole scintille non è del tutto distrutta quand' anche abbiano 3^{mm} di lunghezza.

Lunghezza della scintilla

Congiuntiva	Eccitatrice
0	26,0
0,1	38,0
0,2	42,0
0,3	41,5
0,5	39,5
0,7	37,6
1,0	38,2
1,5	37,7
2,0	32,8
3,0	29,1
6,0	24,9

Non così procedono le cose quando si sperimenti con più lievi cariche. Qui appresso sono riferiti i numeri ottenuti da una batteria di 4 bottiglie eguali alle precedenti, ma caricate con sole 5 unità elettrometriche:

TABELLA V.

Serie	Lunghezza della scintilla		Medie di L_1
	Congiuntiva L	Eccitatrice L_1	
I	0	15,8 12 15,9 16,2 15,8	15,1
II	0,1 circa	17 17,1 16,2 16,7 18	17,0
III	0,5 circa	15 15,6 15,1 14,9 14,8	15,1

I numeri precedenti dimostrano che la eccitatrice a circuito continuo è $15^{mm},1$; ed è 17 quando nel circuito vi è una interruzione di $0^{mm},1$: ma ritorna alla lunghezza di $15^{mm},1$ quando l'interruzione si porta a 0,5 di millimetro. Dunque potremo dire che:

L'efficacia delle piccole scintille si conserva in scintille tanto più lunghe quanto è maggiore la carica e più elevato il potenziale che le produce (1).

Prima di procedere più oltre faccio notare, ricordando quanto si disse in principio, che se invece di far piccolissima la congiuntiva si faccia tale l'eccitatrice, allora è la congiuntiva che a sua volta diventa lunghissima. Laonde può dirsi che l'eccita-

(1) In una prossima occasione dirò dell'efficacia che separatamente esercitano su tali fenomeni la quantità di elettricità ed il potenziale della carica.

trice e la congiuntiva brevi hanno, come era da prevedersi, le medesime proprietà; e quindi ciò che si dice rispetto a questa, deve riferirsi anche a quella.

Maniera d'operare delle piccole scintille. — In sulle prime credetti che l'allungarsi delle scintille eccitatrici avesse relazione con un corrispondente assottigliarsi delle medesime, prodotto dell'azione propria delle minime scintille: ma le molte misure prese sulle immagini fotografiche delle eccitatrici, nonchè quelle prese sul diametro dei fori da queste fatti in striscie di carta, non mi condussero ad alcuna conclusione sicura. Pure dopo molte prove ed indagini m'accorsi che le minime scintille modificavano la lunghezza delle scintille non solo, ma ancora e grandemente l'intensità delle *scariche interne* dei condensatori. A questo nuovo ordine di modificazioni io rivolsi dunque il mio studio.

Per misurare direttamente le scariche interne delle bottiglie per mezzo della estensione delle frange luminose corrispondenti, feci moltissimi tentativi; e finalmente trovai il noto miscuglio solfo e minio essere assai comodo ed opportuno per tali misure. Infatti se dopo che si è scaricata di recente una bottiglia si soffia il detto miscuglio sul vetro circostante alle armature, si producono su di esso delle bellissime figure con ramificazioni di solfo e minio; le quali formano una zona ben distinta e netta, *zona di scarica*, che con la sua estensione misura quella delle frange e quindi della scarica interna.

Per sperimentare con questo metodo bisogna, perchè il fenomeno sia spiccato, adoperare delle bottiglie cariche ad elevati potenziali; ma nello stesso tempo è assolutamente indispensabile che le medesime bottiglie non diano luogo, durante la loro carica, alle *scariche parziali interne*; imperocchè queste offrono il gravissimo inconveniente di scaricare parzialmente le bottiglie, e di alterare profondamente le figure delle zone di scarica che si vogliono produrre. Per la qual cosa fu necessario disseccare e riscaldar bene le bottiglie, affinchè potessero reggere forti e vigorose cariche elettriche senza produrre le scariche parziali interne.

Ciò premesso, dirò che dopo aver caricato le bottiglie ad elevato potenziale le scaricavo col mio eccitatore a fili di platino attraverso un circuito, ora continuo, ed ora con una breve inter-

ruzione di circa 0^{mm}.5 preparata nello spinterometro: quindi soffiavo sulle medesime le polveri e misuravo la estensione od altezza delle zone di scarica che si producevano. Le esperienze furono praticate su 13 delle solite bottiglie e su 8 più piccole (alte 50^{cm} e di 10^{cm} di diametro): e dalle misure prese mi parve potere in media ritenere approssimativamente, che nelle grandi bottiglie la zona di scarica aveva una altezza di 5^{cm}, quando la scarica fu prodotta attraverso un circuito continuo (in questo caso l'eccitatrice esterna è breve), e di circa 3^{cm} quando la scarica fu provocata attraverso un circuito con breve interruzione (quando cioè l'eccitatrice è lunga). Con le piccole bottiglie la differenza d'altezza delle zone era forse alquanto minore. La differenza però non è sempre costante, nè sempre molto cospicua: e fra le 13 bottiglie grandi ne trovai una stata scaricata a circuito continuo, la quale mostrava una zona così bassa da esser quasi eguale ad una di quelle ottenute dopo averla scaricata attraverso il circuito con breve interruzione: e lo stesso caso si verificò fra le 8 bottiglie più piccole. Tuttavia queste eccezioni, come si vede, sono poche e perciò possiamo ammettere che:

1. *Quando si scarica una bottiglia con circuito continuo, la scarica interna è grande e l'eccitatrice esterna è breve;*

2. *Quando si scarica una bottiglia a circuito con breve interruzione, la scarica interna è piccola e la eccitatrice esterna è lunga:*

od in altri termini; *la piccola scintilla diminuisce la scarica interna ed accresce la scintilla esterna.*

Calore nella scarica interna. — Questa specie d'oscillazione della scarica dallo interno all'esterno del condensatore per le condizioni su accennate, deve necessariamente riscontrarsi ancora negli effetti termici delle scariche interne ed esterne, prodotte nelle identiche circostanze: per lo che io mi detti a studiare l'indicato fenomeno nei suoi effetti calorifici.

Per misurare il calore dovuto alla scarica interna, nelle circostanze precedentemente indicate, io modificai alquanto l'apparato, e sostituii alla batteria il mio termometro leido-elettrico. Questo, come già dissi in altra circostanza, consiste in una bottiglia di Leida lunga 50^{cm} e larga 10, rinchiusa in una campana di vetro che serve da termometro. L'estremità inferiore della

bottiglia, con la corrispondente armatura trovasi fuori della campana per le opportune comunicazioni. L'armatura interna con forti molle di ottone comunica con un tubo metallico, che viene all'esterno del termometro ed è munito di palline, che servono a caricare e scaricare la bottiglia. Inoltre il medesimo tubo è connesso ad uno di gomma, che unisce poi il termometro con un cannello di vetro con indice di alcool. Al momento della scarica della bottiglia la dilatazione dell'aria del termometro vien misurata dagli spostamenti dell'indice su una scala a millimetri osservata con un cannocchiale a forte ingrandimento (1).

Con questo termometro le esperienze si eseguono come di consueto, scaricando la bottiglia, sempre egualmente caricata, attraverso allo stesso circuito, o interrotto nello spinterometro, ovvero continuo per essere i fili di esso stretti a vite fra loro. Le esperienze furono alterne ed i risultati di alcune di esse sono qui sotto trascritti:

(1) Per ulteriori particolari v. Villari, *Sulle scariche interne dei condensatori*. Accademia delle Scienze di Bologna, serie 4. tomo II, pag. 101, 1880.

TABELLA VI.

Serie di esperienze	Calore della scarica interna a circuito			
	continuo		interrotto	
	C	Medie	C ₁	Medie
I	1,4	1,67	1,2	1,14
	1,8		1,0	
	1,5		1,0	
	1,8		1,2	
	1,8		1,3	
II	2,0	1,96	1,3	1,20
	1,8		1,1	
	2,0		1,1	
	2,0		1,2	
	2,0		1,2	
III	1,9	2,15	1,5	1,27
	2,0		1,3	
	2,4		1,4	
	2,1		1,2	
	2,1		1,1	
	2,1		1,1	
	2,4		1,3	
			1,2	
			1,3	
	Medie	1,93		1,20

$$\text{Rapporto } \frac{1,93}{1,20} = 1,6$$

I molti numeri precedenti mostrano che il calore della scarica interna, quando si scarica la bottiglia attraverso un circuito continuo, è maggiore che quando la si scarica con un circuito a breve interruzione, ed il rapporto fra le medie dei calori trovati nelle due indicate condizioni fu di $193:120 = 1,6$.

Siccome però le indicazioni termometriche qui sopra riportate sono piccole, per avere adoperato nel termometro un indice ad alcool troppo lungo (di circa 15^{cm}); così in seguito lo ridussi a 4 o 5^{cm}; e reso con ciò il termometro più sensibile, rifeci le precedenti misure, ed ottenni i dati che seguono:

Calore della scarica interna a circuito			
Continuo C	Medie di C	Interrotto di C ₁	Medie di C ₁
3,1	3,19	1,6	2,16
3,0		1,5	
3,0		1,6	
3,0		2,2	
3,0		2,4	
3,2		2,8	
3,3		2,3	
3,8		2,2	
3		2,4	
3,2		2,6	
3,2			
3,5			

$$\text{Rapporti } \frac{3,19}{2,16} = 1,48$$

I numeri di questa tavola, più cospicui dei precedenti, conducono alla stessa conclusione di quelli; ed il rapporto fra le due dilatazioni è eguale a 1,48: il quale combinato col precedente 1,6 dà una media di 1,54. E se si prendono i rapporti fra le lunghezze delle eccitatrici esterne prodotte nelle su mentovate circostanze, avremo la serie seguente:

$$451 : 288 = 1,57$$

$$398 : 259 = 1,54$$

$$446 : 288 = 1,48$$

$$532 : 304 = 1,73$$

$$\text{media} = 1,58$$

con la media risultante = 1,58 assai prossima ad 1,54 trovata qui sopra. I quali valori, sebbene non assoluti perchè dipendenti da potenziali e circostanze non identiche nelle due maniere di misure, pure valgono a mostrare la intima colleganza dei due ordini di fenomeni (1).

(1) Giova fare avvertire che nella Memoria *Sulle scariche interne delle bottiglie* io mostrai che essa scarica interna non variava facendo produrre alla corrente una, od anche due scintille esterne. Tale fatto non è in contradizione con ciò che è detto in que-
Serie 3. Vol. XIII.

Calore della scarica esterna. — A completare questi studi fu necessario di determinare la dilatazione termometrica prodotta dalle scintille esterne, e feci perciò due serie di misure distinte.

Nella prima determinai il calorico svolto dalla sola eccitatrice. L'apparecchio adoperato è quello più sopra descritto con la sola differenza che all'eccitatore sostituii uno dei miei termometri eccitatori: il quale consisteva in un termometro a gas contenente un eccitatore terminato in fili di platino, e mobile dall'esterno mercè un'asticella di vetro. Al momento opportuno, con questo eccitatore, si chiudeva il circuito, e la scintilla eccitatrice balenava nel pallone; e così eseguii molte misure con due bottiglie caricate con 5 cariche, che scaricavo attraverso un circuito alternamente continuo o con una breve interruzione (circa $0^{\text{mm}},5$), preparata nello spinterometro. I risultati medi di 5 a 10 misure per ciascun caso sono qui appresso riportati:

sto scritto, giacchè quel caso si riferisce a scintille esterne ambedue lunghe, ed i risultati qui sopra indicati si riferiscono al caso in cui una delle due scintille esterne sia piccolissima.

TABELLA VII

Calore della scintilla eccitatrice a circuito			
Continuo		Interrotto	
I Serie			
	Medie		Medie
54	57,3	60	65,7
58			
60,5			
56			
58			
II Serie			
70	62,7	62	70,1
55			
62,5			
72			
54			
		62	
		63	
		80	
		70,5	
		75	
		60	
		80	
III Serie			
53	58,9	73	70,6
53			
60,5			
59,5			
59			
61			
62			
64			
58,5		59	
		61	
		68	
		81	
		68	
		85	
		70	
Medie generali 59,6		68,8	
Rapporto 688:596 = 1,16			

Questi risultati mostrano con tutta evidenza come a circuito interrotto la eccitatrice produce nel termometro una dilatazione sensibilmente maggiore (68,8) che a circuito continuo (59,6): risultato assai cospicuo, se si considera che nel caso del circuito interrotto oltre l'eccessiva dilatazione dovuta alla eccitatrice più lunga, debesi altresì tener conto del calorico svoltosi contemporaneamente dalla piccola scintilla prodottasi nella breve interruzione del circuito.

Nella seconda serie di ricerche misurai contemporaneamente il calore della eccitatrice e quello della piccola congiuntiva. Perciò sostituii allo spinterometro un mio termometro a scintilla, consistente in un termometro a gas con due elettrodi terminati nel suo interno da fili di platino, attraverso i quali passava la scarica. In tal modo nel momento della scarica potevano prodursi due scintille, una nel termometro eccitatore ed una in quello a scintilla: le dilatazioni dei quali erano contemporaneamente osservate. Le esperienze eseguite come al solito furono fatte con 4 bottiglie e 12 cariche; ed i risultati medi di 8 o 10 misure per ciascun caso, sono qui appresso riportati:

TABELLA VIII.

Numero d'ordine	Lunghezza della scintilla congiuntiva L	Calore della scintilla	
		Congiuntiva C	Eccitatrice C ₁
I	II	III	IV
1	0,0 (1)	0,0	47,8
2	0,0 (2)	0,3	42,5
3	0,3	6,4	55,0
4	0,7	8,9	52,0
5	2,2	11,7	49,8
6	3,3	14,2	49,5
7	5,0	17,2	49,0
8	6,2	23,4	40,2
9	10,4	35,6	37,6
10	16,3	48,2	33,4
11	25,4	73,0	19,7
12	29,2	89,5	14,4

I risultati di quest'ultima tavola confermano i precedenti. Il calore dell'eccitatrice a circuito continuo e di fili grossi è 47^{mm},8 (esper. 1): diminuisce un poco quando nel circuito s'introduce il termometro a scintilla con elettrodi di platino tenute a contatto e si riduce a 42,5, forse per la resistenza dei detti elettrodi che un po' si riscaldano. Quando poi tra essi nasce la piccola scintil-

(1) In questa prima esperienza mancava il termometro a scintilla, ed il circuito era continuo e di grosso filo di rame.

(2) In questo caso v'era il termometro a scintilla con gli elettrodi di platino stretti a contatto: fra essi non si produceva scintilla sensibile.

la di $0^{\text{mm}},3$, essa produce una dilatazione di 6,4: nel mentre che la scintilla eccitatrice ne produce una di 55 (esper. 3). Quindi in questo caso il calore esterno è di 61,4, ed il rapporto fra questo e quello della eccitatrice a circuito continuo, 42,5, è eguale a 1,44, non molto discosto dai rapporti precedenti. Tuttavia mi affretto a dire che questi rapporti non possono ritenersi per rigorosi, non essendo state fatte le esperienze in condizioni assolutamente identiche, nè essendo i due termometri stati comparati fra loro.

Da queste varie misure parmi rimanga confermato, che per effetto di una breve interruzione nel circuito scaricatore, parte dell'energia elettrica dallo interno del condensatore si trasporta all'esterno del medesimo.

Intorno al modo di operare ed alla natura di queste piccole scintille non è per avventura facile il pronunziarsi in modo sicuro e definitivo. Quelle che risulta dalle mie indagini si è, che per esse la scarica interna dei condensatori sensibilmente decresce (1). Proprietà questa che le piccole scintille hanno in comune con le resistenze metalliche od elettrolitiche, le quali, come già dissi altra volta, introdotte nel circuito in lunghezze sufficienti possono ridurre quasi a zero le scariche interne. Ma le resistenze ordinarie rallentano la scarica, per lo che è possibile che le piccole scintille operino in modo analogo, quasi fossero dei piccoli archi voltaici dotati di vera e propria resistenza elettrica. Vero è però che le consuete resistenze elettriche non godono della proprietà di fare allungare la scintilla eccitatrice, o per lo meno la posseggono in limiti assai ristretti. Infatti sperimentai con una soluzione acida di solfato di rame contenuta in un tubo di vetro verniciato di circa 1^{cm} di diametro; ed avendo introdotto varie lunghezze di detta soluzione nel circuito della batteria, e quindi sperimentato nel modo consueto ottenni, quale media di 10 misure di lunghezze di scintille eccitatrici per vari casi, i valori seguenti:

(1) Questo decremento si riferisce al calore ed alle frange delle scariche interne.

№	Время	Время	Время
11.1	10.9		
10.5			
10.8			
11.1			
11.7			
11.7			
9.6			
10.2	10.4		
11.2			
10.5			
10.4			
9.8			
11.1	10.7		
12.3			
10.8			
10.2			
10.5			
9.4			

[illegible]

costante e quindi la scarica deve rimanere indipendente dalla lunghezza di una delle due indicate scintille.

Alla quale conclusione già altra volta pervenni per via indiretta, misurando cioè le dilatazioni termometriche prodotte dalle due scintille in due palloni separati ed eguali. Intorno al quale ultimo soggetto ho eseguite ulteriori ricerche, i cui risultati esporrò più tardi.

Prima intanto di procedere più oltre faccio notare che la lunghezza somma delle due scintille di scarica del condensatore è sempre superiore alla lunghezza di una sola ed unica scintilla della scarica, anche quando nessuna delle due sia piccolissima. Il Belli già aveva osservato che la lunghezza *somma* di più scintille d'una scarica di una bottiglia è sensibilmente maggiore della lunghezza dell'unica scintilla di scarica. E siccome la scarica interna rimane costante, secondo le mie esperienze, quando si producono sia due scintille, ambedue sufficientemente lunghe, sia una sola (1), così la maggiore lunghezza delle due non può dipendere da una diminuzione della scarica interna. È invece possibile che le due o più scintille sieno più lunghe della unica per una minore resistenza che esse incontrano nell'aria, come dirò in seguito.

(Continua)

A PROPOSITO DI UNA NOTA DI E. WIEDEMANN;
PER E. FOSSATI.

Nel fascicolo del *N. Cimento* ultimo pubblicato, evvi una nota di E. Wiedemann che così comincia:

« Come ho già accennato in altro luogo, vissero in Italia, « sul principio di questo secolo non pochi scienziati i di cui lavori e meditazioni ora non sono noti quanto lo meriterebbero. « Uno di questi è il Belli il di cui corso elementare di fisica sperimentale contiene una quantità di finissime osservazioni ec. ec. », e qui l'A. della nota imprende a dichiarare, come in detto libro, il fisico italiano, stabilisca qual causa per cui una lamina di vetro levigata e piana rimane attaccata ad altra consimile mentre

(1) Villari, *Sulle scariche interne dei condensatori* loc. cit.

è abbandonata al proprio peso, quella stessa che lo Stefan scoprì circa quarant'anni dopo, e colla prova del calcolo confermava.

L'elogio che l'illustre fisico tedesco fa de' nostri connazionali, non che ad eccitare in noi un senso di compiacimento e di grata riconoscenza, ci rammenta i molti tesori di scienza ancora qua e colà dispersi e dimenticati, che quei forti ingegni dei nostri padri seppero accumulare pur in que' tristi tempi in cui l'istruzione in Italia era piuttosto atta ad insterilire le naturali facoltà della mente anzichè a svilupparle; quindi anche, l'obbligo che c'incombe di trarli dalla polve, e farli rivivere alla luce del mondo scientifico.

Il perchè, a proposito del Belli e delle sue opere, ben facile sarebbe il porre in chiaro come egli abbia precorso i tempi nella scoperta di molti fatti specie di elettrostatica veramente fondamentali, e come l'aureo volume del suo corso che di essa tratta, s'imponga mai sempre a chiunque voglia accingersi a serie investigazioni di scienza elettrica. Ma non essendo nostro intendimento di entrar qui in lunghe disquisizioni storico-scientifiche, che fors'anco dalla natura di codesto periodico non sarebbero consentite, ci limiteremo per adesso a dimostrare come al nostro Belli spettò il primato pur di una scoperta, che oggi da taluni vorrebbe attribuire.

Nel volume del *Philosophical transactions of the Royal Society* 1876 parte II, evvi una memoria dell'Hopkins in cui questi dichiara (v. pag. 489), che se ad una bottiglia di Leyda ad armature di acido solforico si danno cariche elettriche alternativamente positive e negative, fatto di poi arco metallico fra le armature stesse a dati intervalli di tempo, le cariche escono nell'ordine inverso di quello secondo cui sono entrate, e come il W. Thomson ciò avesse constatato fin dal 1874.

Ebbene, questo fenomeno che l'Hopkins constata ed assume per viemmeglio confortare una sua teoria sui coibenti armati, il Belli avevalo scoperto già molto tempo prima di lui e del Thomson pure, come ne fa fede la descrizione chiara e ricca di particolari che trovasi a pagina 343 del volume 3° del suo corso fatto pubblico nel 1838. Sol che in luogo di una boccia ad acido solforico egli ne usa una ad acqua salata.

Ecco infatti quanto ivi si legge:

« Io ho tenuto una boccia ad armature d'acqua, (che in
« altro luogo dichiara essere salsa), carica continuamente in
« più per un intero mese, quindi carica in meno per tutto un
« giorno, infine carica nuovamente in più per quaranta minuti
« primi. Scaricata mostrò dapprima per circa mezz' ora dei resi-
« dui positivi, i quali, venendo distrutti colla comunicazione vi-
« cendevole delle sue armature, risorsero per quattro volte ma
« gradatamente minori dall' una volta all' altra. Ebbi in seguito
« dei residui negativi per più di due giorni, i quali, venendo di-
« strutti a brevi intervalli, si riproducevano prima assai piccoli,
« poi un po' maggiori. Quindi nuovamente assai piccoli, cessando
« infine e lasciando la boccia per circa 12 ore senza segno al-
« cuno. Finalmente si manifestarono dei residui positivi ecc. ecc. »

Avanti di finire, ci si permetta di osservare come la coesi-
stenza di opposte cariche elettriche in un condensatore, trovi ri-
scontro in quella dei magnetismi inversi in sbarre di ferro e
d'acciaio, che il Marianini scoperse e spiegò nel 1844 (vedi sue
Memorie di fisica sperimentale, Modena 1876), e che il Gaugain
confermò di poi (*Ann. de Chimie et de Physique* luglio 1876 e
maggio 1877) ma volle spiegare con una teoria del Jamin (1872)
che in sostanza è quella stessa del fisico di Modena.



RIVISTA

Comptes Rendus, 1882.

9 Ottobre — (continuazione). E. H. AMAGAT. *Sopra le esperienze per determinare la compressibilità dell' azoto.* — L'Autore reclama contro le inesattezze dette da alcuni autori, parlando di quelle esperienze, e comincia col precisare lo stato della questione. Il Natterer, nel 1854, trovò che comprimendo azoto od ossigeno, il prodotto p_v dapprima diminuisce, passa per un minimo, e poi aumenta indefinitamente. Le esperienze dell'Andrews conducono alla stessa conclusione. Il Cailletet, nel

1870, arrivò allo stesso risultato; ma sempre misurava le pressioni con manometri, che danno luogo a grandi incertezze. Per il Cailletet e per l'Amagat si trattava di avere dei risultati numerici più esatti dei precedenti, e quindi conveniva ritornare ai manometri ad aria libera; ma gli apparecchi del Cailletet sono differenti da quelli dell'A. Il primo ottenne una colonna di mercurio di lunghezza variabile, con un tubo di ferro flessibile che scendeva in un pozzo, per mezzo di un tamburo sul quale era avvolto; mentre il secondo aveva il manometro ad aria libera semplicemente assicurato alla parete del pozzo. Nell'apparecchio del primo il mercurio discendeva da un recipiente più alto; e nell'apparecchio del secondo, il mercurio era spinto nel tubo da una pompa, che stava in fondo al pozzo. L'A. indica altresì altre notevoli differenze nei piezometri che contenevano il gas. Perciò l'A. fu sorpreso che taluni autori dicessero che le sue esperienze furon fatte col *metodo del Cailletet*. L'A. poi fa vedere che le curve costruite con i suoi dati numerici differiscono totalmente da quelle costruite coi numeri del Cailletet; e conclude che il metodo del Cailletet è ingegnoso, ma non esatto come il suo.

16. Ottobre. — ED. SARASIN. *Indici di rifrazione ordinaria e straordinaria dello spato d'Islanda, per i raggi diversi, fino all'estremo ultravioletto.* — Lo spettro fu ottenuto con la scintilla di induzione, fra due punte di cadmio, onde avere una scala di strie lucide molto regolarmente distribuite; e fu adoperato l'oculare fluorescente del Soret. L'A. presenta una tavola di risultati numerici.

M. QUET. *Le forze d'induzione sviluppate dal Sole nei corpi, in virtù della sua rotazione, a condizioni uguali variano in ragione inversa del quadrato della distanza.* — In un corpo conduttore, ruotante attorno al sole nel piano del suo equatore, le due forze di induzione che a lui sono applicate, l'una delle quali è dovuta alla rivoluzione e l'altra alla rotazione dell'astro, hanno fra loro un rapporto uguale a quello del tempo impiegato dal sole a fare un giro completo attorno al suo asse, al tempo impiegato dal conduttore a compiere un suo intero giro.

Se dei conduttori sono sopra una medesima retta condotta dal centro del sole, le loro forze di induzione, dovute alla rotazione dell'astro, sono parallele fra loro ed in ragione inversa dei

quadrati delle distanze. L'A. calcola con la legge precedente le forze di induzione, per diversi pianeti e per diverse comete, e trova che la induzione dovuta alla rotazione del sole è molto considerevole per le due comete del 1843 e del 1680, ma che è inferiore a quella prodotta dalla velocità di rivoluzione. Il contrario ha luogo per la cometa del 1881 e per tutti i pianeti. La cometa del 1843 fu soggetta ad una induzione molto energica, onde dovè esservi una continua decomposizione e recomposizione di fluidi elettrici, in volumi 2032 maggiori del volume della terra e l'A. trova naturale di attribuire a tali recomposizioni o scariche elettriche, indipendentemente da altre cause ancora, la luce di quell'astro.

I teoremi più sopra enunciati, sono dimostrati da formule pubblicate dall'A. nei *Comptes rendus* del 2 dicembre 1878.

G. LIPPMANN. *Sopra la teoria dei doppi strati elettrici dell' Helmholtz. Calcolo della grandezza dell'intervallo molecolare.* — Come è noto, un doppio strato è supposto formato da due strati elettrici uniformi, paralleli, uguali, di segno contrario, e separati da un intervallo ϵ insensibile. L'Helmholtz dimostrò che nel caso di un liquido elettrolizzabile pel contatto di un metallo, e nella ipotesi di Grotthus, ϵ è la distanza minima fra le molecole del liquido e quelle del metallo; e fece vedere altresì come con la teoria di que' doppi strati si spiega il fenomeno di capillarità, sul quale è fondato il noto elettrometro del Lippmann. L'A. trova che la ipotesi del doppio strato conduce ad una relazione parabolica di secondo grado, fra la tensione capillare A e la differenza di potenziale x , e che la esperienza conferma quella relazione. A quest' oggetto l'A. parte dalla equazione

$$X = - \frac{d^2 A}{dx^2},$$

da lui e dall' Helmholtz trovata. X è la capacità elettrica dell'unità di superficie, che si può ritener costante entro certi limiti. Da un lavoro dell'A. inserito negli *Ann. de Chim. et de Phys.* 1875, risulta che la curva ottenuta sperimentalmente per A è infatti una parabola, e che la X può ritenersi costante. Calcolando poi X , per mezzo della formola nota che dà la capacità di uno strato sottile in funzione della ϵ , l'A. arriva al valore di ϵ espresso da un millimetro diviso per 35 000 000. Il Thomson,

seguendo una via diversa trovò per la distanza minima che può separare il rame dallo zinco, parimente il millimetro diviso per 30 000 000.

D. TOMMASI. *Sopra la elettrolisi dell' acido cloridrico.* — Gli elettrodi sono di platino. Se l'acido è concentrato, l'elettrodo positivo è attaccato dal cloro e si discioglie; e se l'acido è diluito, havvi sviluppo di prodotti clorati, ma l'elettrodo non è attaccato. Non è questa nota suscettibile di un breve sunto; per cui ci limitiamo a dire che, qualunque fosse il grado di concentrazione, vi è sempre formazione di ossidi di cloro, forse accompagnati da tracce di cloro libero provenienti da azioni secondarie.

23 Ottobre. — G. WIEDEMANN. *Die Lehre von der Electricität.* — L' A. presenta all'Accademia il primo volume di quel suo trattato, dichiarando che egli ha voluto sottomettere ad una severa critica le osservazioni fatte fino al giorno d'oggi, risparmiando ai fisici la pena e il tempo per ripetere le ricerche anteriori.

G. CABANELLAS. *Nel trasporto dell' energia con due macchine dinamo elettriche identiche, l' utile è uguale al prodotto del rapporto delle velocità pel rapporto dei campi.* — Il lavoro dell' A. fu rinviato ad una Commissione.

30 Ottobre. — ALLARD, JOUBERT, LE BLANC, POTIER, TRESCA. *Resultati dell' esperienze fatte all' Esposizione di elettricità sopra le macchine ed i regolatori a corrente continua.* — È una commissione che sperimentò le macchine Gramme, Jurgensen, Maxim, Siemens, Burgin, Weston, Brush, con diversi regolatori, e presenta una tavola numerica dei risultati ottenuti. Ma la Commissione si riserva di confrontare in una prossima comunicazione quei risultati, con gli altri ottenuti con altri sistemi di illuminazione elettrica; e per ora si limita a dire che, in quasi tutte le esperienze, il lavoro motore utile totale è rappresentato esattamente dal lavoro elettrico corrispondente. Ecco alcune linee di quella tavola. La 1^a linea orizzontale numerica, dà la velocità della macchina al minuto e la 2^a il lavoro effettivo; la 3^a la resistenza in *ohm*; la 4^a la resistenza del circuito senza le lampade, la 5^a la resistenza totale, la 6^a la intensità della corrente in *ampère*, la 7^a il diametro dei carboni, in millimetri, la 8^a la intensità luminosa orizzontale in *carcels*, la 9^a la intensità luminosa massima, la 10^a il rendimento per cavallo meccanico e la 11^a i *carcels* per cavallo meccanico.

	GRAMME 1 lampada	TURGENSEN 1 lampada	MAXIM 1 lampada	SIEMENS 1 lampada	SIEMENS 2 lampada	BURGIN 3 lampada	GRAMME 3 lampada	GRAMME 5 lampada	SIEMENS 5 lampada	WESTON 10 lampada	BRUSH 10 lamp.	BRUSH 40 lamp.	BRUSH 30 lamp.
1	475	800	1017	737	1330	1535	1695	1496	826	1003	770	700	705
2	16,13	21,68	4,07	4,44	5,31	5,32	8,11	8,00	5,05	13,01	13,39	29,96	33,35
3	0,33	0,45	0,70	0,66	1,68	2,80	0,52	4,57	7,05	1,88	10,55	22,38	22,38
4	0,10	0,82	0,25	0,12	0,13	1,50	1,25	0,62	4,50	1,50	2,56	2,60	7,90
5	0,43	1,27	0,95	0,78	1,81	4,30	1,77	5,19	11,55	3,38	13,11	24,98	30,28
6	109,2	90	33	35	26,2	18,5	19,0	15,3	10,00	23	10	9,5	9,5
7	20	23	12	18	14	13	14	12	10	9 e 10	11	11	11
8	952	607	246	210	142	50	155	112	67	92	37	63	63
9	1960	»	465	805	537	227	357	184	72	154	67	78	78
10	0,92	0,97	0,91	0,86	0,92	0,95	0,62	0,86	0,94	0,95	0,85	0,83	0,73
11	60,0	31,7	58,7	68,9	77,2	46,2	61,8	63,8	51,5	65,3	45,4	52,1	44,4

A. LEDIEU. *Concetto razionale della natura e della propagazione della elettricità, dedotto: 1° dalla considerazione della energia potenziale dell' etere associato alla materia ponderabile; 2° dal modo di produzione e di trasmissione del lavoro, che accompagna le variazioni di quella energia.* — È la continuazione del lavoro menzionato nei *Comptes rendus* del 16 ottobre 1882. Non è suscettibile di un sunto.

G. A. HIRN. *Sopra la efficacia dei parafulmini.* — L'A. descrive gli effetti di un fulmine caduto in una casa, a Colmar, per dimostrare che anche quando un parafulmine è mal costruito pure *alle volte* può proteggere efficacemente un edificio; e inoltre l'A. osserva con quanta ragione il Melsens raccomandò di estendere molto la parte metallica che si affonda nel suolo, anche quando si dirama nell' acqua.

CHATRIAN e JACOBS. *Applicazione della legge sui colori complementarii, alla decolorazione passeggera dei diamanti colorati in giallo.* — Quella colorazione deprezza moltissimo i diamanti dell' Africa australe; ma tuffando il diamante in una soluzione qualunque del suo colore complementario, il violetto, ne sorte bianco, ma per poco tempo, giacchè lavandolo riprende il suo colore primitivo.

M. DEPREZ. *Nuove espressioni del rendimento economico dei motori elettrici.* — Le già note formule contengono dei simboli (forza elettromotrice, intensità della corrente, resistenza) il di cui significato esatto è oscuro per molti, che conoscono la meccanica ma poco le teorie della elettricità; e per questa ragione l'A. ha cercato delle formule, ove invece delle quantità elettriche, sono quantità puramente meccaniche; l'A. ha raggiunto lo scopo servendosi di un elemento da esso chiamato il *prezzo dello sforzo statico*, che è il quoziente del lavoro calorifico sviluppato nella macchina ricevitrice, per il valore della coppia meccanica che fa girare l'anello in virtù del passaggio della corrente.

6 Novembre. — A. CORNU. *Sopra il confronto fra le strie telluriche e le metalliche, per valutare i poteri assorbenti dell' atmosfera.* — Come è noto, esistono nello spettro solare delle strisce (*bandes*) oscure, chiamate *strie telluriche*, la di cui intensità cresce con la grossezza dello strato atmosferico attraver-

sato dal raggio. Osservate con un prisma a debole dispersione, compariscono come spazii oscuri in diverse regioni dello spettro; e sotto maggiore dispersione si risolvono in strie finissime. L' A. dopo alcuni tentativi con altri modi, ha confrontato quelle strie telluriche, con le strie fisse degl'elementi metallici che rigano il fondo continuo dello spettro solare.

Prima di tutto l' A. studiò la influenza del vapore di acqua così grande e così variabile nell' atmosfera; e perciò scelse uno dei gruppi di strie dal Jansen e dall' Angström riferiti all' azione assorbente del vapore di acqua, vicino alla D del Fraunhofer, e per quella regione, costruì una carta spettrale in lunghezze di onda (ove l' unità è il milionesimo di millimetro) delle strie comprese fra $\lambda = 587,40$ e $\lambda = 602,40$. Il numero di quelle strie è circa 200, delle quali 30 metalliche (Fe, Ni, Ti, Mn, Na) e 170 telluriche. Quella carta fu ottenuta col quarto spettro, dato per riflessione da un eccellente reticolo del Rutherford, in vetro argentato, i di cui tratti sono distanti di $0^{\text{mm}},002935$, e adoperando invece del cannocchiale, un microscopio composto che ingrandiva 25 volte.

L' A. verificò che la intensità delle strie telluriche di quel gruppo varia in ragion composta della quantità di vapore di acqua contenuta nell' atmosfera e del cammino percorso dal raggio, ed eccetto il caso, raro, di una atmosfera dissecata da un gran freddo, le strie telluriche principali sono sempre visibili, e si può osservare la variazione della loro oscurità, e marcare le altezze solari che corrispondono all'eguaglianza di *nerezza*, fra una data e scelta stria e le strie metalliche vicine. Tale fu il metodo dell' A. Per ora, in attesa di quella carta e della memoria che sarà pubblicata nel *Jour. de l' École Polytechn.*, l' A. presenta una lista dei gruppi principali delle strie telluriche, confrontati con analoghi gruppi di strie metalliche. Tali gruppi di confronto conducono alla misura relativa della quantità di sostanza assorbente, a cui si deve una data stria tellurica, e danno un metodo semplicissimo, per determinare in ogni giorno ed in ogni ora la quantità totale di vapor d'acqua attraversata dal raggio nell' atmosfera; e risulta che, se si ritiene rigorosa la legge esponenziale ammessa dai meteorologisti, per la distribuzione del vapor d'acqua secondo la altitudine, quella quantità rimane proporzionale

alla forza elastica che ha il vapore, nel luogo stesso ove si fa la osservazione. Risultato importantissimo che risolve, se non esattamente, almeno in modo molto semplice, un problema rimasto fino ad ora insoluto.

G. CABANELLAS. *Resultati erronei ai quali, per le macchine dinamo elettriche, condurrebbero le espressioni meccaniche del lavoro e del rendimento dei motori, proposte da M. Deprez.* — Non vi è che il solo titolo; il lavoro essendo rimandato ad una Commissione.

ALLARD, LE BLANC, JOUBERT, POTIER, TRESKA. *Resultati delle esperienze fatte all' Esposizione della elettricità, sopra le macchine ed i regolatori a correnti alternative.* — Si sperimentarono soltanto tre sistemi di illuminazione, con archi voltaici. Nella prima esperienza la macchina magneto elettrica Meritens aveva una lampada da faro, e nella seconda aveva cinque fuochi (*foyer*) Berjot; e nella terza esperienza servì una dinamo-elettrica Siemens e una macchina eccitatrice distinta, con due lampade Siemens.

Nella prima quattro gruppi, composti di quattro rocchetti (*bobines*) riuniti in tensione, erano riuniti in quantità sopra ciascuno dei dischi, e si trovavano associati sul circuito unico della lampada. Nella seconda, la stessa Meritens, montata sopra cinque circuiti differenti (quattro gruppi di quattro rocchetti (*bobines*) in tensione, riuniti in quantità sopra ciascuno di essi) fu impiegata per fare agire isolatamente cinque fuochi Berjot dei quali uno solo era nella stanza delle esperienze. La terza esperienza, con la Siemens, presentò molte incertezze perchè non funzionava tutto regolarmente. La macchina per la luce era del tipo W. 2, con tre elettrocalamite col filo di 3^{mm},5, e col rocchetto col filo di 2^{mm},5 soltanto. La macchina eccitatrice, distinta, che faceva agire la precedente era del tipo D. 6, col filo dello stesso diametro per le elettrocalamite, e di 2^{mm} soltanto nel rocchetto. La macchina alimentava tre circuiti, di quattro lampade ciascuno, e le osservazioni fotometriche furon sul gruppo delle luci di uno di que' circuiti, le quattro lampade erano accese insieme davanti al fotometro. Ecco alcune delle misure presentate dagli A.

	1. ^a	2. ^a	3. ^a
Velocità della eccitat. in giri al minuto	0	0	1230
Idem della macchina a luce	870	874	620
Lavoro speso per la macch. eccit. in caval.	0	0	2,60
Lavoro speso per la macchina a luce . .	11,70	12,28	13,79
Lavoro a circuito aperto	»	40,55	»
Resist. della eccit. e dell'indutt. in Ohms	»	»	3,25
Resist. del primo circuito	»	0,41	0,62
Resist. degli altri circuiti	»	0,72	8,00
Intens. della corr. indotta del 1. ^o circuito	»	32,6	12,8
Idem degli altri circuiti	»	35,8	12,8
Lavoro della eccitatrice	»	»	1,13
Lavoro del 1. ^o circuito	»	0,85	1,03
Lavoro degli altri circuiti	»	1,25	1,79
Diam. dei carboni, in mill.	23	20	10
Intensità orizz. in Carcels.	1034	130 e 171	44
Rendimento meccanico totale.	»	0,85	0,93
Carcels per cavallo meccanico	79,6	59,7	33,3
Carcels per Ampère	»	3,59	3,66

Gli A. aggiungono, che circa all'uso delle correnti alternative, le loro esperienze sono poco confrontabili fra loro. Relativamente ai regolatori, essi osservano che non si trattava di stabilire qual'era il migliore; perchè allora conveniva fare un gran numero di misure, variate per ogni sistema. Pei rendimenti meccanici totali si osserva che hanno un valore grande, il che prova che le correnti sono ben raccolte nelle macchine attuali. Il rendimento totale dipende da circostanze locali.

MAURIZIO LEVY. *Sopra la relazione fra la forza elettromotrice di una macchina dinamo-elettrica e la sua velocità di rotazione.* — Nell'anno scorso, l'A. professò un corso di lezioni, sopra la elettricità, nel collegio di Francia, nel qual corso egli diede delle equazioni che discusse conducono ad alcune conseguenze, fra le quali l'A. indica la seguente. « La forza elettromotrice di una macchina dinamo-elettrica non è, come si ammette ordinariamente, proporzionale alla velocità dell'anello, o dei rocchetti mobili; ed essa deve rappresentarsi con una serie illimitata, ordinata secondo le potenze intiere di quella quantità ».

M. CRAFTS. *Sul confronto dei termometri a mercurio col termometro a idrogene.* — Il Regnault fece osservare che la sua tavola per le correzioni al termometro a mercurio, che è data ordinariamente nei trattati, non poteva servire che per i termometri da lui adoperati, perchè le indicazioni di un termometro variano secondo la composizione del vetro, principalmente a seconda della presenza o dell'assenza dell'ossido di piombo. La fabbrica di cristallo di Choisy-le-Roi ora non è più, ed i termometri di Baudin e di Alvergnyat contengono quell'ossido in proporzioni diverse, da quelle che nei termometri del Regnault. Perciò l'A. ha intraprese le esperienze per costruire una nuova tavola di riduzione del termometro a mercurio, a quello a idrogene, per i termometri dei due suddetti costruttori.

13 Novembre. — ALLARD, LE BLANC, JOUBERT, POTIER, TRESCA. *Resultati delle esperienze sulle bugie elettriche, all'esposizione della Elettricità.* — Si chiamano bugie, e non lampade, gli apparecchi ove i due carboni stanno sempre alla stessa distanza l'uno dall'altro, consumandosi ugualmente, come nelle così dette candele di Jablochkoff, e negli apparecchi Debrun e di Jamin. Furono sperimentate le bugie Debrun con la macchina Debrun, le bugie Jablochkoff con la macchina Gramme e con la Meritens, e con la macchina Jamin si fecero agire da trenta a sessanta bugie Jamin. I differenti sistemi produssero dei risultati economici quasi identici, ma la bugia Jamin diede una luce più grande senza che la spesa si allontanasse dalla ordinaria proporzionalità; e il modo di accendere quelle bugie costituisce un notevole progresso in questo sistema di illuminazione.

J. JANSSEN. *Nota sopra le strie telluriche e sopra lo spettro del vapor d'acqua.* — Sono osservazioni alla nota del Cornu sulle strie telluriche qui sopra riferita. L'A. rammenta che nei *Comptes rendus* del 13 agosto 1866, propose un metodo, fondato sullo studio dello spettro del vapor d'acqua, per determinare le quantità assolute di vapore contenute nell'atmosfera; e fa altresì osservare che le striscie (*bandes*) oscure di Brewster, non sono, storicamente, identiche alle strie telluriche. Però l'A. riconosce la utilità del metodo proposto dal Cornu.

M. BRARD. *Sopra le correnti prodotte dai nitrati in fusione ignea, a contatto del carbone rovente.* — Immergendo in un

bagno di nitrato fuso un carbone rovente, si ha una corrente molto forte dal bagno al carbone nel circuito esterno. Questa è una antica esperienza di C. Becquerel. L'A. osserva che per ottenere quella corrente non è necessario di tuffare il carbone nel nitrato; e basta mettere sui carboni ardenti una capsula di metallo, con dentro alcuni grammi di nitrato fuso. Questo fatto è spiegato per la proprietà dei nitrati di imbevare le superficie da essi bagnate. Si può sospendere quella capsula al di sopra dei carboni accesi, che essa non tocca, sempre ottenendo una corrente.

J. M. CRAFTS. *Sopra la esattezza delle misure fatte col termometro a mercurio.* — L'A. fa una lunga serie di considerazioni su tale esattezza, che saranno molto utili a consultarsi.

C. DECHARME. *Conclusioni delle esperienze idrodinamiche di imitazione dei fenomeni elettrici e magnetici. Risposta ad una nota di M. Ledieu.* — L'A. dice che le sue esperienze lo autorizzano a concludere che la corrente elettrica è analoga a quella di un liquido, e che la elettricità allo stato di tensione è analoga ad una quantità di liquido che si espande in getto (*se repandant en jet*). Alcuni fenomeni elettrici sembrano risultare da un movimento vibratorio; ma dobbiamo riflettere che in certi casi il moto ondulatorio può generare il vibratorio, come risulta dalle *Ricerche sulla elettricità* di G. Planté, mentre molti altri fenomeni non possono spiegarsi col moto vibratorio. Le figure equipotenziali del Guébhard sono favorevoli alla teoria dell'A. L'A. rassomigliò il flusso termico al flusso elettrico, nelle sue ricerche; e con alcune considerazioni si oppone a ciò che il Ledieu disse « condurre a false analogie le imitazioni idrodinamiche degli effetti elettrici e magnetici ».

J. PIERRE CURIE. *Deformazioni elettriche del quarzo.* — Sia un parallelepipedo di quarzo con due faccie normali ad un asse elettrico, ed altre due normali all'asse ottico. Se le prime due faccie hanno un potenziale diverso, il quarzo si dilata secondo l'asse elettrico, e si contrae nella direzione normale agli assi elettrici ed ottico. Cambiando il senso della tensione avviene il contrario. L'A. con apparecchi molto delicati ed esatti verificò che quella dilatazione era proporzionale alla differenza di potenziale.

M. MASCART. *Sopra la elettrizzazione dell'aria.* — L'A. annunzia, che dalle sue esperienze risulta che per lo studio della elettricità negli strati inferiori dell'atmosfera, basta determinare il potenziale in una sala di alcuni metri, le di cui pareti siano fatte con una rete metallica a larghe maglie, in comunicazione col suolo, per eliminare gli effetti delle masse elettriche esterne; gli scambi di gas con l'atmosfera, per debole che sia il vento, bastano per compensare le perdite prodotte dalle pareti e dall'apparecchio collettore (fiamma, o scolo liquido) e per dare all'elettrometro un potenziale proporzionale alla elettrizzazione dell'aria ambiente. L'A. fece le esperienze in una sala del collegio di Francia elettrolizzandovi l'aria con una bottiglia di Leyda per dieci secondi con una fiamma. L'elettrometro era in una sala vicina, e la comunicazione con la fiamma si fece con un filo attraversante una parete. Dopo un quarto di ora la deviazione era la massima, e poi diminuiva lentamente secondo una curva esponenziale. Ciò si spiega ammettendo che la elettricità resti aderente all'aria che fu a contatto con la fiamma, e riscaldata sale come il fumo e si dissemina poi uniformemente in tutta la sala, ed allora la deviazione dell'elettrometro è la massima. Poi la elettricità scompare per gli scambi con l'aria esterna, e la sua perdita sarebbe lentissima in un'aria perfettamente calma. Con una macchina Holtz invece della bottiglia, l'aria era fortemente elettrizzata. Fu il Thomson che consigliò tali misure del potenziale in un volume limitato di aria, per studiare poi la elettricità degli strati inferiori dell'atmosfera.

20 Novembre. — ALLARD, LE BLANC, ec. *Risultati delle esperienze fatte all'Esposizione di elettricità sulle lampade a incandescenza.* — Si tratta di lampade ove un filo di carbone è reso incandescente nel vuoto, da una corrente. Fino alla intensità di due carrels sono utili, oltre questo limite si hanno vapori che insudiciano il vetro e pongono l'apparecchio fuori di servizio. Entro quel limite sono utilissime e durano molto.

Furono sperimentate le Maxim, le Edison, le Lane-Fox e le Swan. Le Maxim furono provate con una macchina Weston a corrente continua, ed una eccitatrice Maxim. Se ne provarono cento in circuito, e poi si ridussero a 50 e a 25; ma nelle correnti delle due macchine si producevano delle oscillazioni che

rendevano incerte le misure. Le Edison furono provate con la grande macchina dinamoelettrica della Esposizione; e così fu per le Lane-Fox. Il materiale delle Swan era all'opera, e non se ne poterono avere che poche. Ecco alcuni numeri tolti dai prospetti presentati dagl' Autori.

	Maxim			Edison	Lane-Fox	Swan
Numero delle lampade. . .	100	50	25	528	6	4
Giri al min. della macc. a luce	984	1021	1027	282	»	»
Lavoro effettivo in cavalli . .	23	17,12	9,15	68,74	»	»
Intensità luminosa media sferica per lampada . . .	1,44	2,80	3,77	1,57	1,64	2,19
Carrels per cavallo. . . .	6,26	8,18	12,73	12,06	»	»

Gli A. terminano osservando che nel caso pratico non si può contare che su circa dieci Carrels per un cavallo meccanico, con le lampade ad incandescenza.

27 Novembre. — A. LEDIEU. *Risposta alle obiezioni del Decharme.* — L' A. risponde alle obiezioni mossegli dal Decharme sul suo concetto razionale circa alla natura della elettricità. L' A. dichiara rimarchevoli ed ingegnose le esperienze del Bjerknes e del Decharme, ma non può da esse concludere che la elettricità in corrente sia analoga alla corrente di un liquido. Fra le altre cose l' A. osserva che il libro del P. Secchi, *Unità delle forze fisiche*, citato dal Decharme, è l' opera di un erudito, ma che vi sono troppi errori di Meccanica per invocarlo in una seria discussione. L' A. espone le sue idee teoriche ne' *Compt. rendus* del 29 Maggio 1882.

MARCEL DEPREZ. *Sui motori elettrici.* — In una sua precedente nota l' A. introdusse nella teoria la considerazione di ciò che egli chiama il *prezzo dello sforzo statico*, di cui è parola qui più sopra, ed ora descrive una esperienza per dimostrare che se una corrente percorre un motore elettrico avente per organo principale l' anello sezionato dal Pacinotti, lo sforzo tangenziale esercitato sull' anello dagli induttori è indipendente dallo stato di riposo o di movimento dell' anello, ed indipendente dalla velocità se la corrente è costante. E inversamente, se la coppia di resistenza al moto è costante, la corrente sarà pure costante,

qualunque cosa si faccia per variarla. La esperienza fu eseguita con un freno dinamometrico che manteneva costante lo sforzo tangenziale applicato al freno, e con una corrente di una sorgente qualunque lanciata nella macchina, e dei galvanometri. La sorgente era una macchina Gramme, e la ricevitrice era una macchina Hefner-Alteneck. Se si indicano con E ed e le rispettive forze elettromotrici della sorgente e della ricevitrice, con R la resistenza totale del circuito, e con I la intensità della corrente si avrà $(E - e) : R = I = \text{cost.}$ Essendo R invariabile, dovrà esserlo altresì la differenza $E - e$; onde tale costanza della corrente sarà dovuta all'aumento della forza elettromotrice inversa sviluppata dalla ricevitrice. Ne segue ancora che la quantità RI^2 di calore sviluppata nell'unità di tempo, sarà pure costante quando sarà costante lo sforzo statico, qualunque sia la velocità dell'anello.

G. LIPPMANN. *Espressioni generali della temperatura assoluta e della funzione di Carnot.* — L'Autore esprime la temperatura assoluta T in funzione delle proprietà termiche di un corpo qualunque. Sia x l'indicazione del termometro qualunque in contatto col corpo considerato; sia y una variabile indipendente da x (il volume, la pressione ec.) e che insieme alla x determini lo stato fisico del corpo; sia dq la quantità infinitamente di calore assorbito durante la variazione dx e dy . Avremo

$$(1) \quad dq = P dx + Q dy,$$

Q essendo la quantità di calore posta in azione dalla macchina termica e reversibile. Osserviamo che il Clausius dimostrò essere $\int \frac{dQ}{T} = 0$ per ogni ciclo reversibile, onde $\frac{1}{T}$ deve essere un fattore integrante di dq . Dividendo per T la (1), e scrivendo la condizione di integrabilità, si ha

$$(2) \quad \frac{dP}{dy} - \frac{dQ}{dx} = -\frac{1}{T} \left(Q \frac{dT}{dx} - P \frac{dT}{dy} \right).$$

Ma dovendo essere T indipendente da y , potremo risolvere la (2) relativamente a T , e otterremo

$$(3) \quad T = T_0 e^{\int_{x_0}^x \frac{\frac{dQ}{dx} - \frac{dP}{dy}}{Q} dx}.$$

T_0 è la costante introdotta dalla integrazione. Il secondo membro della (3) deve essere, come il primo, indipendente dalla scala arbitraria x del termometro; e l'A. con un piccolo calcolo dimostra, che infatti l'integrale in esso contenuto ha un valore indipendente dalla x , abbenchè x ne sia il limite superiore.

Per i gas perfetti, e scegliendo il volume v invece di y , P e Q sono analiticamente noti. Si può anche indicare con y il volume dell'unità di peso; ed allora $P = c$ e $Q = l$; ed essendo in virtù del principio dell'equivalenza $\frac{dl}{dx} - \frac{dc}{dv} = \frac{1}{E} \frac{dp}{dx}$, p essendo la pressione ed E il noto equivalente, avremo

$$\frac{T - T_0}{T} = 1 - e^{-\frac{1}{E} \int_{p_0}^p \frac{dp}{p}},$$

formula già data dal Thomson. $(T - T_0)$: T è, come è noto, il rendimento di una macchina reversibile. L'espressione generale della funzione di Carnot C_x relativa alla scala termometrica x , è, come si sa,

$$C_x = E \frac{\frac{dQ}{dx}}{Q}.$$

Ma se Q e Q' sono le quantità di calore poste in azione dalla macchina, e T , T' le temperature assolute corrispondenti, si ha $Q:T = Q':T'$, onde avremo

$$C_x = E \frac{\frac{dT}{dx}}{T},$$

e secondo la (3), avremo

$$C_x = E \frac{\frac{dQ}{dx} - \frac{dP}{dy}}{Q}.$$

Se per verificare la precedente si fa $y = v$, ed $x = T$, si trova una formula recentemente data da Sir W. Thomson.

E. ALLARD. *Portata dei suoni nell'aria*. — L'A. ha valutato il lavoro in chilogrammi metri per secondo impiegato a

produrre il suono, il numero delle vibrazioni e la portata in chilometri; e concluse che la intensità del suono decresce più rapidamente dei quadrati inversi delle distanze. Questa conclusione è dedotta dal considerare che tutti i suoni intesi alla distanza della loro massima portata, dovrebbero essere, e non lo sono, ridotti allo stesso limite di intensità. L' A. trova una causa di indebolimento del suono nella non omogeneità dell'aria, per cui può esser dispersa o riflessa una parte del suono; e mediante alcune considerazioni spiega come uno stesso suono possa nei diversi casi avere differenti portate.

4 Dicembre. — E. CHEVREUL. *Memoria sopra la visione dei colori, ec.* — È una memoria sopra « la visione dei colori « materiali in moto di rotazione, e sulle velocità rispettive, valutate in cifre, di circoli di cui una metà diametrale è colorata « e l'altra metà è bianca; velocità corrispondenti a tre periodi « dei loro movimenti, a partire dall'estrema velocità fino al riposo ». Questo è infatti il titolo della memoria, della quale l'illustre Autore non inserì nei *Comptes Rendus* che un estratto di 24 pagine. Siamo nella impossibilità di riportare qui un secondo estratto di quel lavoro, il quale è una continuazione di ricerche dello stesso Autore, ben note a tutti i fisici.

LOEWY e TRESCA. *Notizia sopra un nuovo apparecchio di ottica per lo studio della flessione.* — Il difetto di spazio ci obbliga al solo annunzio di questa nota.

G. LIPPMANN. *Metodo per la determinazione dell'Ohm, fondato sopra la induzione prodotta dallo spostamento di un magnete.* — Una piccola sbarra di momento magnetico m , fa n giri al secondo attorno all'asse normale ai poli, e genera nel vicino circuito E la forza elettromotrice $e = 2\pi nmk$, k essendo la costante dell'apparecchio. Le estremità di E comunicano con quelle della colonna di mercurio o della resistenza r . Per r si fa passare una corrente di intensità i , misurata da una bussola delle tangenti, avendosi $i = k' H \tan \alpha$. k' è una costante ed H è la componente orizzontale di tutte le azioni magnetiche che si esercitano sull'ago della bussola. Si fa in modo che $e = ri$, onde $r = 2\pi nmk : k' H \tan \alpha$. In questa formula n ed α sono dati dall'osservazione; $m : H$ si ottiene col metodo di Gauss, e k e k' si hanno dal calcolo.

M. BRARD. *Sopra le correnti prodotte dai nitrati in fusione ignea, in contatto dei carboni incandescenti.* — È una continuazione di una nota già qui più sopra indicata.

A. RIGHI. *Spostamenti e deformazioni delle scintille in virtù di azioni elettriche.* — Veda il lettore questo giornale t. XII, pag. 188.

18 Dicembre. — A. CROVA. *Sulla fotometria solare.* — L'A. fece già noto un metodo per la misura delle intensità relative di due luci di colori differenti (Vedi *N. Cimento*, t. XI, pag. 83) per mezzo del confronto con una radiazione semplice opportunamente scelte fra quelle due. Nel caso del confronto fra la luce Carcel e la solare, quella radiazione ha una lunghezza d'onda uguale a 582, ed è giallo-verde. Essa si ottiene mescolando una soluzione di percloruro di ferro con un'altra di cloruro di nichelio. La prima assorbe lo spettro cominciando dall'estremo violetto, e l'altra comincia dall'estremo rosso. Si fa il miscuglio in modo che dello spettro rimanga una sola striscia sottile, fra le lunghezze d'onda 532 e 625, col massimo a 582. Allora ambedue quelle luci hanno lo stesso colore, ponendo davanti al fotometro Foucault una vaschetta di vetro piena di quella soluzione. L'A. ha trovato che la luce solare, quale ne arriva alla superficie della terra è di 60000 Carcel.

C. DECHARME. *Risposta a M. Ledieu, relativamente alle analogie fra i fenomeni idrodinamici e gli elettrici.* — L'A. fa osservare che le sue imitazioni idrauliche dei fenomeni elettrici, non furono pei soli effetti meccanici, ma anche pei fenomeni luminosi, calorifici ec. Sembra all'A. che l'essere la nota equazione a derivate parziali di secondo ordine, una condizione necessaria tanto per l'efflusso idraulico che per l'elettrico, sia un grande argomento in favore delle sue opinioni.

26 Dicembre. — M. LIPPMANN. — *Metodo elettrodinamico per la misura dell' Ohm.* — Siam costretti a limitarci a dire che in questo metodo si tratta di un filo piegato attorno ad un telaio mobile che ruota intorno ad un suo diametro, stando dentro ad un rocchetto fisso percorso da una corrente.

H. LAGARDE. *Misura della intensità fotometrica delle strie spettrali dell'idrogene.* — L'A. ha studiato la intensità di quelle strie, perchè lo spettro di un gas non è bastantemente definito

dalle lunghezze d'onda delle sue strie lucide, e delle quali si deve altresì studiare come variano le intensità variando la pressione, e variando la energia della scarica. L'A. si è servito di uno spettro-fotometro, ed ha presentato alcuni risultati numerici; ma ancora non ha terminato il suo lavoro.

LUCCHI. *Intorno alla influenza della magnetizzazione sulla conducibilità elettrica del ferro, in direzione assiale ed equatoriale.* — *Atti del R. Istit. Veneto* 1882. — È noto che molti fisici si occuparono di questo soggetto arrivando a conclusioni diverse. L'A. sperimentò con un metodo, del quale noi trascriviamo la parte più originale e interessante.

Un certo numero di dischi circolari di latta del diametro di mm. 249 e dello spessore di mm. 0,315, e ricoperti di uno strato sottile di sostanza isolante, venivano sovrapposti in modo da costituire una pila, la cui altezza però riusciva molto limitata in causa dello spessore esiguo dei dischi stessi. Condotti quindi in ciascun disco due diametri perpendicolari, all'estremità di ciascun diametro veniva fissato a saldatura dolce un filo di ferro di circa 40 cm. e dello spessore di mm. 0,8 circa, in modo che un capo di esso fosse saldato all'estremità di uno dei diametri di un disco inferiore e l'altro all'estremità del diametro corrispondente del disco superiore. Alle due estremità dei diametri perpendicolari del 1.° disco e dell'ultimo restavano liberi due fili che servivano a introdurre nel circuito i dischi, in modo che la corrente potesse percorrerli in una direzione oppure in direzione a questa perpendicolare. I punti di unione di questi fili, che stabilivano le comunicazioni fra disco e disco, venivano, come il resto, rivestiti di sostanza isolatrice; come anche si poneva tutta la cura, affinché tutti i diametri di un senso si corrispondessero, e così quelli in senso perpendicolari al primo. I tratti dei fili di congiunzione erano pure rivestiti di mastice isolante e venivano ripiegati in modo da formare come una specie di ansa; cosicchè ai quattro punti dei dischi si staccavano ad angolo retto quattro appendici, ciascuna delle quali veniva poi avvolta da carta paraffinata, e ben bene fasciata.

Magnetizzando tali dischi, e misurando le resistenze, dopo

molte esperienze l' A. potè concludere, che la magnetizzazione sui dischi di ferro, ne aumenta la resistenza elettrica nella direzione assiale, e la diminuisce nella direzione equatoriale.

D. MAZZOTTO. *Sulle variazioni della forza elettromotrice e della resistenza interna di una coppia idroelettrica attiva.* — *Atti della R. Acc. di Torino*, Vol. XVII. — L' A. presenta molti quadri numerici delle sue esperienze. I risultati principali sono i seguenti. La forza elettromotrice diminuisce al crescere della corrente. La ordinaria pila alla Volta è la più variabile fra le coppie. Fra le coppie a sifone la più variabile sarebbe quella zinco-platino, e la meno variabile quella zinco-carbone. Anche in questo genere di coppie la resistenza interna aumenta quando aumenta la esterna, ad eccezione della coppia zinco e rame.

A. SERPIERI. *Il potenziale elettrico e la moderna teoria dei fenomeni elettrici.* — Milano, U. Hoepli 1882. — Il lavoro è destinato ad introdurre nei Licei e negl' Istituti Tecnici il concetto del potenziale per l'insegnamento teorico della elettricità, senza l' aiuto del calcolo infinitesimale, e neppure della trigonometria. L' A. applica la teoria del potenziale agl' ordinari apparecchi di elettrostatica, e alla dimostrazione di alcuni teoremi generali.

A. ETTINGSHAUSEN. *Sopra le esperienze elettrodinamiche, fondamentali, di Ampère.* — *Atti della R. Accad. delle Scienze di Vienna* 1878. — Abbenchè sia di non recente data, abbiamo voluto far menzione di questo lavoro, inviatoci recentemente da Vienna, perchè da esso si rileva la priorità dell' A., circa alla modificazione ad un apparecchio dell' Ampère, che fu proposta in una nota segnata R., ed inserita nel volume XI, anno 1882, pag. 243 del *N. Cimento*.

A. EMO. *Sui calorici specifici e sulle densità delle soluzioni di glicerina.* — *Atti della R. Accad. di Torino*. Vol. XVII. — L' A. seguì dapprima il metodo del Kopp, con qualche leggiera modificazione; e dopo eseguì una seconda serie di esperienze col metodo calorimetrico del Joule, e nel suo lavoro sono raccolti i risultati numerici da lui ottenuti, i quali sono con sufficiente esattezza rappresentati dalla seguente formula empirica:

$$c = 1,4818 + 0,3689, d - 0,848 . d^2,$$

ove c è il calorico specifico, e d la densità del liquido.

C. CHISTONI. *Sulla determinazione dell'umidità dell'aria per quanto importa alla meteorologia.* — *Rend. R. Istituto Lombardo.* 8 Febbraio 1883. — È una nota che può essere molto utile per chi deve occuparsi di tal genere di osservazioni meteorologiche, perchè contiene molte preziose considerazioni e suggerimenti per la pratica, e sopra una questione generale non ancora esattamente risolta. Non potendone fare un sunto, riportiamo soltanto le ultime parole di quel lavoro.

« Quanto alla misura della umidità atmosferica, lo psichrometro, come istrumento difficilmente alterabile e di facile maneggio, è conveniente per gli osservatorii di seconda classe; ma per gli osservatorii di prima classe converrebbe un igrometro a capello, che fosse ogni giorno confrontato con un igrometro a condensazione. Per ciò che riguarda la registrazione dell'umidità atmosferica, è preferibile l'igrometrografo ad un solo capello, quando però della sua curva se ne usi soltanto per la interpolazione ».

E. R. FERRINI. *Nuova disposizione del galvanometro dei quozienti.* — *Atti R. Ist. Lomb.* Marzo 1883. — Il primo costruito dall'A. era fatto con due telai o spirali da galvanometro ad angolo retto fra loro, e con un sistema astatico sospeso nell'angolo compreso fra quei due telai. La posizione di equilibrio dell'ago vien così, come dice l'A., determinata dal rapporto fra le intensità delle correnti dei due telai. Per graduarlo, si fa entrare in ognuna delle due spirali una corrente derivata, da uno stesso circuito principale; e così determinando a piacere quell'anzidetto rapporto si gradua l'istrumento. Un'idea simile l'avevano avuta altri fisici. Si potrebbe impiegare un ago solo invece di un sistema astatico, ma allora si introduce una forza considerevole, che, la componente del magnetismo terrestre, per cui l'A. ha sostituito al sistema astatico un ago *tripolare*, cioè un ago con un polo in mezzo, e gli altri due, diversi da quello, alle estremità dell'ago. Questa modificazione ha indotto l'A. a sostituire a quei telai da galvanometro delle spirali piane e verticali. L'A. presentò il suo apparecchio in un'adunanza dell'Istituto Lombardo.

X.

A. MICHELSON. *Termometro ad aria le cui indicazioni sono indipendenti dalla pressione atmosferica.* — *Sill. J.* 1882. — Il termometro di Michelson consiste in un bulbo sferico di

retro munito del suo tubo verticale. Il diametro del bulbo è circa 40 mm. quello del tubo 2 mm. Il bulbo è ripieno di aria secca alla pressione di circa 100 mm.; questa pressione gli è mantenuta da una colonnetta di mercurio di 100 mm. scorrevole lungo il tubo verticale; nella porzione del tubo che rimane al disopra del mercurio vien fatto il vuoto. Con questa disposizione l'aria del bulbo rimane sempre sotto una pressione costante.

LE G. DE TROMELIN. *Fisica senza apparecchi. Curioso esperimento con acqua, una candela e un pezzo di sapone.* — *La Nature* 1882. — Si facciano colare alcune gocce di stearina da una candela accesa sopra un recipiente d'acqua, e s'immerga a fior d'acqua un pezzettino di sapone framezzo alle gocce di stearina galleggianti a guisa di barchette, si vedranno subito queste respinte verso il contorno del vaso come mosse da un vento misterioso. Il fenomeno è dovuto alla rapida soluzione del sapone e non può ripetersi che due o tre volte colla stessa acqua.

A. F. SUNDELL. *Indice luminoso per lo spettroscopio.* — *Astr. Nachr.* 1882. — L'A. utilizza, come altri, le nuove sostanze fosforescenti nelle ricerche di spettri deboli. Perciò salda nel piano focale dello spettroscopio una lastrina di vetro cospersa con tinta bianca fosforescente in modo che occupi circa la metà del campo visivo. Su questa lastrina traccia coll'inchiostro due linee larghe e parallele, ma a piccolissima distanza fra loro. Rimane così fra le due striscie nere una linea luminosa che dispone parallelamente alle strie spettrali e che serve da indice. L'intensità luminosa dell'indice si può rendere più o meno grande, illuminandolo convenientemente avanti l'osservazione.

P. SAMUEL. *Nuovo metodo per la misura della resistenza interna delle coppie.* — *Bull. de l'Acad. Roy. de Bruxelles.* 1882. — L'A. fa passare attraverso i due rocchetti esterni di un sonometro Hughes la corrente indotta di un induttore, mentre il rocchetto medio, collegato con un telefono, sta esattamente in mezzo ad essi, per modo che le correnti in esso indotte dalle spirali laterali, si distruggono a vicenda ed il telefono tace. S'inserisce allora nel circuito di una delle spirali laterali la coppia da studiarsi e in quello dell'altra una resistenza W mercè un reostata, tale che il telefono rimanga di nuovo in silenzio. Allora la resistenza W è eguale a quella della coppia.

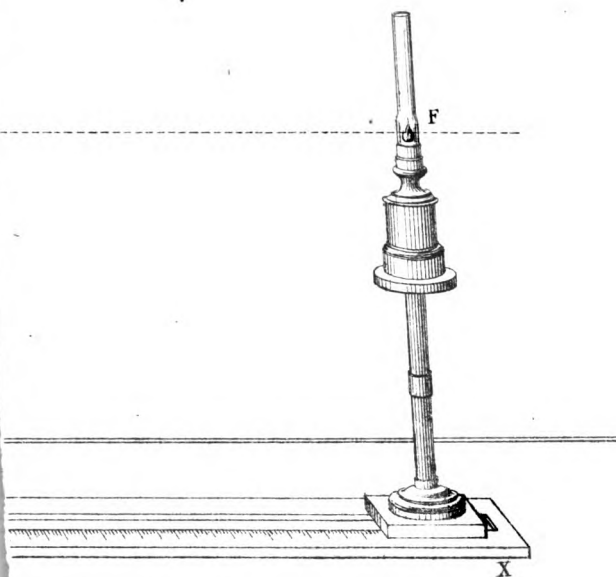
La corrente dell'apparecchio d'induzione si può anche far passare attraverso un ponte di Wheatstone, e inserire un telefono in uno dei lati del ponte. Disposto questo in modo che il telefono taccia, si inserisce la coppia e una resistenza W su due lati consecutivi del ponte, in modo che il telefono sia nuovamente ridotto al silenzio; e anche in questo caso la resistenza W sarà eguale a quella della coppia.

C. W. SIEMENS. *Sulla conservazione del calore solare.* — *Proc. Roy. Soc. London.* 1882. — Secondo Siemens lo spazio celeste non sarebbe vuoto, ma ripieno di gassi come, idrogeno, ossigeno, azoto e combinazioni carboniche ad una estrema rarefazione, ed in oltre da sostanze solide allo stato pulverulento. In conseguenza della rotazione del sole e della maggiore forza centrifuga che si sviluppa al suo equatore, si stabiliscono nello spazio celeste due correnti di questa materia gassosa; l'una centrifuga dall'equatore, l'altra di aspirazione diretta ai poli del sole. I gas che si trovano alla superficie del sole, essendo sotto una forte pressione si combinano reciprocamente producendo acqua e acido carbonico, i prodotti della combustione fluiscano verso l'equatore e di là mercè la corrente centrifuga, sono dispersi nello spazio. Ad una certa distanza del sole, questi composti si trovano sotto una pressione debolissima, ed allora (come lo dimostrò St. Claire-Deville) possono dissociarsi anche ad una temperatura molto bassa, assorbendo il calore irradiato dal sole. Gli elementi resi così liberi quando ritornano verso il sole si ricombinano nuovamente e così di seguito. Perciò con questo processo non tutto il calore irradiato dal sole andrebbe diffuso nello spazio, ma una parte sarebbe continuamente ricondotta a lui. L'A. ha anche ottenuto sperimentalmente, la dissociazione del vapore acqueo contenuto in un tubo spettrale immerso in parte in un miscuglio frigorifero ed esposto, per l'altra parte, ai raggi solari.

BAZZI.



Tav. III



IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XIII.

MAGGIO e GIUGNO

(Pubblicato il 25 Giugno 1883)

1883

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

Su la elettrolisi delle soluzioni di fenolo con elettrodi di carbone e di platino — Memoria di A. BARTOLI e G. PAPASOGGI	185
Esperienza da lezione per dimostrare un teorema di <i>Riemann</i> sulla elettrostatica — Prof. ADOLFO BARTOLI	200
Sulla teoria degli strati magnetici — Nota di E. BELTRAMI	213
Sull'energia cinetica di una massa aeriforme immobile ed isolata nello spazio — P. DONNINI	229
Sulla lunghezza di una e più scintille elettriche di un condensatore e sulle modificazioni che esse subiscono per effetto delle varie resistenze introdotte nel circuito di scarica — VII. Memoria del Prof. EMILIO VILLARI	232

RIVISTA

Comptes Rendus, 1893. — E. CHEVREUL. Memoria sulla visione dei colori materiali in moto rotatorio ec.	251
G. VAN DER MENSBRUGHE. L'olio agisce sulla houle o sui brisanti?	ivi
A. LEDIEU. Esame della analogia fra gli anelli elettrochimici ed idrodinamici, e le curve $\Delta V = 0$. Miglior modo di discussione nel metodo sperimentale	252
E. MERCADIER e VASCHY. Osservazioni sulle espressioni delle grandezze elettriche nei sistemi elettrostatici ed elettromagnetici, e sopra le relazioni che se ne deducono	ivi
H. BECQUEREL. Fosforografia della regione infrarossa dello spettro solare, e lunghezze d'onda delle principali strie	254
M. CROVA. Sulla fotometria solare	255
E. MERCADIER. Sopra una proprietà generale di un agente la cui azione è proporzionale al prodotto delle quantità in presenza, ed a una potenza qualunque della distanza	iv
M. BRILLOUIN. Metodo per la determinazione dell'Ohm	ivi
M. DEPREZ. Risposta ad una nota di <i>Maurizio Levy</i>	256
P. LE CORDIER. Teoria delle azioni elettrodinamiche le più generali possibili ad osservarsi	ivi
TH. DU MONCEL. Sopra i caratteri delle correnti indotte dai moti relativi di due corpi magnetici, parallelamente al loro asse	ivi
M. LEVY. Sopra una nota dei MM. Mercadier e Vaschy relativa ad una conseguenza che può dedursi dalle relazioni fra le grandezze elettriche	257
E. MERCADIER e VASCHY. Osservazioni sopra la espressione delle grandezze elettriche nei sistemi elettrostatici ed elettromagnetici, e sopra le relazioni che se ne deducono. Seconda nota	ivi
I. VIOLE. Osservazioni sopra una ultima comunicazione di M. C. W. Siemens	ivi
CH. CROS e A. VERGERAUD. Prove fotografiche positive, sopra carta, ottenute direttamente	258
M. LEVY. Risposta ad una nota di M. Deprez	ivi
E. MERCADIER e VASCHY. Risposta alle osservazioni di M. Levy	259
E. SEMMOLA. Nuove esperienze sulla elettrolisi	ivi
MM. THOLLON e GOUY. Spostamento delle strie del sodio, nello spettro della grande cometa del 1882	ivi
C. TIMIRIAZEFF. Distribuzione della energia nello spettro solare e la clorofilla	ivi
M. QUET. Azion magnetica del sole sulla terra e sui pianeti	260
J. JAMIN. Sopra la differenza delle pressioni barometriche in due punti di una stessa verticale	ivi

SU LA ELETTROLISI DELLE SOLUZIONI DI FENOLO CON ELETTRODI DI CARBONE E DI PLATINO; MEMORIA DI A. BARTOLI E G. PAPAOGGLI.

In alcuni dei nostri precedenti lavori sulla elettrolisi con elettrodi di carbone (1) accennammo già ai risultati ottenuti impiegando le soluzioni di fenolo come elettrolite: promettemmo allora di ritornare più diffusamente sull'argomento, dando per esteso la composizione e la proprietà di tutti quei composti dei quali allora avevamo fatta la sintesi; adempiamo ora alla promessa fatta col pubblicare per intero i risultati a cui siamo giunti in queste lunghe e penose ricerche, che abbiamo estese in un campo più vasto e non designato in allora.

Divideremo questa memoria in quattro parti: nella prima parleremo dell'elettrolisi con elettrodi di carbone di storta delle soluzioni di fenolo nell'idrato potassico; nella seconda dell'elettrolisi con elettrodi di carbone delle soluzioni di fenolo nell'idrato sodico; nella terza dell'elettrolisi delle stesse soluzioni con elettrodi di grafite e nella quarta della elettrolisi con elettrodi di platino (2).

(1) Bartoli e Papasogli. *Sintesi di vari e nuovi composti organici per via elettrica*. — *Nuovo Cimento*, 3. serie, vol. X, pag. 204 fasc. di settembre 1881.

Idem *Sintesi di vari e nuovi composti organici per mezzo della elettrolisi dell'acqua e di varie soluzioni acide, alcaline, alcooliche con elettrodi di carbone*. — *Gazzetta Chimica*, t. XI, anno 1881.

Idem. *Synthèse de plusieurs composés par le moyen de l'électrolyse*. — *Bibliothèque universelle de Genève*, avril 1882.

Compara anche *Naturforscher*, Bd. XIV, s. 122, ec. *Beiblätter zu den Ann. der Physik*, anno 1882.

(2) L'elettrolisi delle soluzioni fenoliche non è ancora stata studiata nemmeno nel caso di elettrodi di platino. Si conoscono soltanto l'elettrolisi fatte dal Bunge del nitrofenato e del triclorofenato, in questi casi al polo negativo si svolge idrogeno ed al positivo si accumula il nitro o clorofenolo e si svolge ossigeno.

(Compara Watt's, *Dictionary of Chemistry*, vol. VIII, pag. 710) È stata però studiata l'elettrolisi con elettrodi di platino del toluene dal sig. Renard; egli ottenne in tal guisa il fenoso $C_6H_5(OH)_6$. *Comptes Rendus*, 1881, t. 92, pag. 965.

Serie 3. Vol. XIII.

15

I. Elettrolisi con elettrodi di carbone di storta, delle soluzioni di fenolo nell' idrato potassico.

Furon sottoposti all'azione della corrente, grammi 400 di fenolo purissimo (1) sciolto in 4 litri di acqua stillata, addizionata di grammi 400 di idrato potassico purissimo. La pila era composta di 4 grandi elementi Bunsen: gli elettrodi erano, il positivo di carbone di storta purificato per l'azione del cloro ad altissima temperatura, e il negativo una lastra di platino; la corrente passò per un mese; la pila veniva rinnovata ogni cinque giorni.

L'esperienza fu ripetuta altre quattro volte, con quantità proporzionalmente maggiori o minori di sostanze, e con una durata di corrente variabile da due settimane a due mesi ed ottenemmo ancora precisamente gli stessi prodotti descritti in questa prima nota.

Si osservò durante il passaggio della corrente un vivo sviluppo gazzoso dall'elettrodo negativo, mentre dal carbone elettrodo positivo lo sviluppo gazzoso era molto più debole; il carbone impiegato come elettrodo positivo andò mano a mano consumandosi nella parte immersa con regolare assottigliamento mentre al fondo del voltmetro si depositava un sedimento carbonoso nero Ω : che si separò dal liquido con filtrazione: passò un liquido colorato in scuro, che aveva sempre reazione fortemente alcalina alle carte. Aggiunto acido cloridrico al filtrato si ottenne un forte sviluppo di anidride carbonica; l'acido cloridrico si aggiunse in eccesso: si ottenne così un abbondante precipitato A nero che si raccolse su filtro: filtrò un liquido leggermente colorato, che tirato a secco, lasciò un'abbondante quantità di cloruro potassico, misto ad un acido organico D che si estrasse coll'etere; l'etere tenuto a lungo in contatto con questo residuo e filtrato, passava colorato in rosso con fluorescenza verde. Evaporato l'etere a bagno maria rimaneva una sostanza D ben solubile in acqua ed in alcoole ai quali comunicava forte reazione acida.

(1) Il fenolo era cristallino, incolore, purissimo, proveniva dalla casa Trommsdorff di Erfurt.

Sedimento Ω. — Il sedimento Ω ben lavato prima con acqua, poi con alcool, e poi di nuovo con acqua ed infine seccato si mostrò composto di carbone disgregato e di Mellogeno, facilmente riconoscibile per le note reazioni che abbiamo già tante volte descritte per questo corpo.

Sostanza A. — Il precipitato A ottenuto aggiungendo acido cloridrico (1) in eccesso all'elettrolite filtrato, si lavò a lungo con acqua finchè questa passava affatto neutra: lo si seccò nel vuoto; e poscia ridotto in polvere lo si sottopose all'azione dell'etere nel quale esso è insolubile, per togliergli ogni traccia di composti solubili in questo liquido: dipoi liberato dall'etere lo si sciolse nell'alcool assoluto e la soluzione alcoolica che è fortemente colorata in nero si addizionò di due volumi di acqua e poi di acido cloridrico, il quale lo precipitò quasi intieramente dalla soluzione sotto forma di fiocchi neri: lo si raccolse su filtro, lo si lavò a lungo con acqua e poscia si seccò sotto campana in presenza di acido solforico.

La sostanza A così purificata ha le seguenti proprietà: 1° È solida, non cristallizzabile, nera, lucente, friabile, col disseccamento si agglomera; dell'aspetto dell'acido ulmico disseccato; è infusibile: riscaldata in tubo d'assaggio, distilla un liquido di odore fenico, di reazione acida solubile in alcoole, il quale per raffreddamento non solidifica, per la massima parte resta nel tubo con l'aspetto di carbone leggero, lucente. È più densa dell'acqua, nella quale è insolubile, come lo è nell'etere, nel cloriformio, nel solfuro di carbonio, nel benzolo, nell'acido acetico, cristallizzabile ec.: è invece solubile negli alcoli metilico, etilico, ed un poco anche nell'amilico; è ben solubile nell'acetone, e nelle soluzioni di idrati alcalini. Le soluzioni alcooliche se diluite, ne sono colorate in rosso: se la soluzione è satura è di colore nero intenso: la soluzione alcoolica ha reazione nettamente acida: essa sposta l'acido carbonico dai carbonati alcalini e terroso-alcalini.

(1) I prodotti ottenuti in tutte le ricerche elettrolitiche delle quali in questa nota si fa parola, sono poco suscettibili, per la loro natura, di una perfetta purificazione. Noi abbiamo fatto tutto il possibile per averli puri, ma le differenze tra le analisi di alcuni prodotti, mostrano ch'è cosa assai difficile ottenerli tali: esse lasciano qualche cosa a considerare, nondimeno crediamo utile riportarle.

La soluzione alcoolica di A non precipita se si diluisce anche molto con acqua: è però precipitata dalle soluzioni acide diluite. Allo stato solido A è sciolta a freddo dagli acidi solforico e nitrico concentrati.

Sciogliendo A in un eccesso di ammoniacca, e lasciando evaporare sotto campana in presenza di acido solforico si ottiene il suo sale ammonico che è scuro, non cristallino, ben solubile in acqua. Aggiungendo soluzioni d'idrato sodico o potassico in difetto, in modo che resti una parte di A non disciolta, e poi filtrando si ottiene la soluzione del sale sodico o potassico; che evaporate spontaneamente sotto campane con acido solforico lascia il sale sotto forma di una sostanza solida, nera, amorfa, bene solubile in acqua; la cui soluzione è neutra alle carte. Questo composto si può anche ottenere dalla soluzione alcoolica di A trattata con una soluzione alcoolica di potassa o soda.

Le soluzioni acquose dei sali alcalini precipitano completamente in fiocchi neri coll'aggiunta di acido cloridrico o solforico, e col cloruro di calcio, di bario, di ferro, col solfato di magnesio, di rame, di zinco.

La soluzione alcoolica di A, o le soluzioni acquose dei suoi sali alcalini, riducono a caldo fortemente il liquore di Feheling.

La soluzione acquosa dei sali alcalini di A, forma coll'addizione di nitrato d'argento, un liquido trasparente dotato di forte fluorescenza. Esso è rosso per trasparenza, con fluorescenza azzurra.

Evaporato il liquido a b. m., rimane una sostanza dura, friabile, di aspetto metallico, rossa per trasparenza e verde per riflessione contenente argento, ben solubile nell'acqua ammoniacale alla quale comunica la primitiva fluorescenza: questa soluzione ammoniacale precipita con gli acidi ed il precipitato si scioglie negli alcali dando le solite fluorescenze: nè gli alcali nè gli acidi tolgono l'argento a questo composto fluorescente, eccettuati i cloruri che precipitano l'argento ed allora la soluzione ammoniacale del composto organico non è più fluorescente. La soluzione acquosa di un sale alcalino di A dà coll'aggiunta di acetato d'argento un precipitato che è ben solubile nell'acqua ammoniacale: questa soluzione ammoniacale non è punto fluorescente a differenza di quella ottenuta col nitrato d'argento. L'a-

cido A riscaldato con acido nitrico fumante produce vapori nitrosi: si ottiene così un liquido giallino che evaporato e reso ammoniacale lascia depositare col raffreddamento dei bei cristalli gialli facilmente riconoscibili da tutte le note reazioni, *per pirato ammonico*.

L'acido A bollito con una soluzione diluita di acido cloridrico si scinde in due altre sostanze B e C, delle quali l'una B più abbondante è infusibile ed ha l'aspetto e molti caratteri comuni con A; mentre l'altro C fonde a bassa temperatura ed ha proprietà ed aspetto assai diverso.

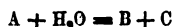
La stessa decomposizione di A nei prodotti B e C si ottiene bollendo a lungo A con acqua: l'acqua allora si colora fortemente in giallo ambra, ed acquista un odore grato e la proprietà di ridurre il liquor di Feheling: ma con l'acqua non si ottiene che lentissimamente la decomposizione di A. Invece bollendo A con acqua acidulata con acido cloridrico la decomposizione è rapida: basta mutare tre o quattro volte il liquido cloridrico, mantenuto alla ebullizione per 5 o 6 ore, perchè la decomposizione sia completa.

La separazione delle sostanze B e C è facile, dacchè la prima è insolubile nell'acqua e nell'etere mentre la seconda è un po' solubile nell'acqua e molto nell'etere (1)

Composizione di A. — La sostanza A, purificata più che fu possibile nel modo che si è detto, fu sottoposta all'analisi; e non ci dissimuliamo che la sua purificazione non è priva di grandissime difficoltà e di incertezza essendo che essa è incristallizzabile, infusibile ed incristallizzabili sono i suoi sali:

A dopo seccata sotto campana in presenza di acido solforico perde un poco di acqua quando è tenuta a 100°: ma la perdita di peso è piccola e variabile secondo il tempo e la temperatura alla quale fu disseccata sotto campana: così seccata a 100° non perde più di peso fino verso 140°, a temperature poi alte perde ancora di peso e continuamente (sembra che si alteri).

(1) Lo sdoppiamento di A può interpretarsi con la equazione



che vedremo confermata dalle analisi dei composti A, B, C.

La sostanza seccata a 100° fu analizzata.

I. Gr. 0,413 di sostanza dettero

Gr. 0,9996 di CO_2

Gr. 0,155 di H_2O

onde $\text{C}\% = 66,01$ $\text{H}\% = 4,17$

II. Gr. 0,534 di sostanza dettero

Gr. 1,294 di CO_2

Gr. 0,196 di H_2O

onde $\text{C}\% = 66,086$ e $\text{H}\% = 4,076$.

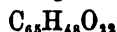
III. Gr. 0,325 di sostanza dettero

Gr. 0,785 di CO_2

Gr. 0,122 di H_2O

onde $\text{C}\% = 65,84$ e $\text{H}\% = 4,17$.

Questa composizione corrisponderebbe alla formola empirica



la quale dà

$\text{C}\% = 66,046$

$\text{H}\% = 4,149$.

Sali dell'acido A. — Il sale potassico fu ottenuto trattando un eccesso della sostanza A con una soluzione d'idrato potassico puro: si filtrò e si lasciò evaporare sotto campana in presenza di acido solforico. Il sale così ottenuto è nero, lucente, friabile, non cristallino. Per la determinazione della potassa si bruciava la parte organica con l'acido nitrico, e si dosava il residuo allo stato di nitrato seguendo le norme date da Fresenius.

I. Gr. 0,392 sale potassico seccato su H_2SO_4 dettero

Gr. 0,087 di KNO_3

onde $\text{K}\% = 8,58$.

II. Gr. 0,425 sale potassico dettero

Gr. 0,100 di KNO_3

onde $\text{K}\% = 9,10$.

III. Gr. 0,306 sale potassico dettero

Gr. 0,072 di KNO_3

onde $\text{K}\% = 9,10$.

Il composto $\text{C}_{65}\text{H}_{45}\text{K}_3\text{O}_{11}$ contiene il 9,06 per cento di potassio.

Lo stesso risultato si ottenne dall'analisi del prodotto potassico ottenuto dalle soluzioni alcoliche.

Il sale di piombo dell'acido A fu preparato dalla soluzione del sale ammoniacale neutro di piombo coll'aggiunta di una soluzione di acetato neutro di piombo. È insolubile nell'acqua: seccato su acido solforico è di aspetto nero brillante, non cristallino, friabilissimo.

I. Gr. 0,290 sal di piombo seccato a 100° dettero

Gr. 0,093 di PbO

onde $\text{Pb \%} = 29,77$.

II. Gr. 0,178 sal di piombo dettero

Gr. 0,057 di PbO

onde $\text{Pb \%} = 29,60$.

III. Gr. 0,244 sal di piombo dettero

Gr. 0,078 di PbO

onde $\text{Pb \%} = 29,67$.

Il composto $\text{C}_{150}\text{H}_{90}\text{Pb}_3\text{O}_{44} + 2\text{PbO}$ conterrebbe il 30,53 % di Pb.

Il sal di rame dell'acido A fu preparato aggiungendo una soluzione di solfato di rame alla soluzione del sale ammonico neutro di A: esso è insolubile in acqua: seccato su acido solforico è nero, brillante, friabile.

I. Gr. 0,146 sal di rame seccato a 100° dettero

Gr. 0,021 di CuO

onde $\text{Cu \%} = 11,49$.

II. Gr. 0,367 sal di rame dettero

Gr. 0,066 di CuO

onde $\text{Cu \%} = 11,32$.

Le analisi del prodotto argentario non ci dettero risultati costanti. La fluorescenza che esso manifesta probabilmente dipende da particelle minutissime d'argento sospese nel liquido.

Il composto $\text{C}_{150}\text{K}_{90}\text{Cu}_3\text{O}_{44} + 2\text{CuO}$ conterrebbe l'11,66 % di Cu.

Decomposizione dell'acido A per l'azione a caldo delle soluzioni di acidi minerali. — La sostanza A mantenuta a contatto con una grande quantità di acqua acidulata con un po' di acido cloridrico e riscaldata all'ebullizione si scinde lentamente

in due altre sostanze B e C; di cui la prima rassomiglia ad A per le proprietà e per l'aspetto mentre l'altra C ne differisce perchè fusibile, e perchè solubile in acqua ed in etere. La loro separazione si fonda appunto sulla insolubilità nell'etere della prima, e sulla solubilità della seconda nello stesso liquido. •

Proprietà e composizione dell'acido B. — Fu preparato scaldando per una settimana a 90° circa 50 grammi di A con un litro di acqua leggermente cloridrica; il liquido fu poscia evaporato a b. m. e il residuo tratto con etere denso 0,722 finchè questo non si colorasse più: si ottenne così una sostanza nera, brillante, non cristallina, non fusibile, insolubile in acqua, solubile in alcoole (a cui comunica reazione acida ed una intensa colorazione rossa (se la soluzione è diluita) e nera (se la soluzione è concentrata) solubile pure nelle soluzioni degli idrati e carbonati alcalini.

La soluzione alcolica non precipita se diluita con acqua, ma dà un precipitato se l'acqua è addizionata di acido cloridrico. La soluzione acquosa del sale ammonico precipita colle soluzioni di acetato di piombo, di nitrato d'argento ecc.

La soluzione acquosa del sale potassico neutro riduce fortemente il liquor di Feheling. Sciolto l'acido B nell'ammoniaca ed aggiunto nitrato d'argento, si ottiene scaldando un liquido che è rosso per trasparenza e *verde bleu* per riflessione: dicroismo che è dal liquido mantenuto anche dopo due anni di riposo.

Scaldando la sostanza B in tubo di assaggio, essa rimane solida; distillano poche goccioline un liquido oleoso di odore fenico, e resta un carbone voluminoso.

La sostanza B ben esente dall'altra A non si altera affatto per quanto la si bolla nell'acqua o nell'acqua acidulata con H CH.

Composizione dell'acido B. — B tenuto su acido solforico perde acqua se lo si scalda a +100°, ad una temperatura di +160° incomincia a decomporsi:

I. Gr. 0,311 di B seccato a 100° dettero

Gr. 0,752 di CO₂ Gr. 0,110 di H₂O

onde C % = 65,95 H % 3,93.

II. Gr. 0,349 di B dettero

Gr. 0,844 di CO₂ Gr. 0,121 di H₂O

onde C % 65,93 e H % 3,85.

III. Gr. 0,335 di B seccato a 150° dettero

Gr. 0,812 di CO_2 Gr. 0,105 di H_2O

onde $\text{C}\% = 66,11$ $\text{H}\% = 3,48$.

Il composto $\text{C}_{11}\text{H}_{10}\text{O}_{11}$ contiene

$\text{C}\% = 66,16$ $\text{H}\% = 3,76$

Il sale potassico dell'acido B fu ottenuto aggiungendo una soluzione di idrato potassico puro sopra un eccesso dell'acido B. La soluzione filtrata è neutra; fu evaporata spontaneamente su H_2SO_4 .

Le analisi dettero

I. Gr. 0,8022 di sale potassico seccato su H_2SO_4 dettero

Gr. 0,348 di KNO_3

onde $\text{K}\% = 16,78$

II. Gr. 0,558 sale potassico dettero

Gr. 0,252 di KNO_3

onde $\text{K}\% = 17,47$.

III. Gr. 0,569 sale potassico dettero

Gr. 0,258 di KNO_3

onde $\text{K}\% = 17,54$.

Il composto $\text{C}_{11}\text{H}_{10}\text{K}_4\text{O}_{11}$ contiene $\text{K}\% = 16,456$.

Il sale di piombo fu ottenuto in due modi; o precipitando la soluzione alcoolica di B con l'acetato neutro di piombo o dal sale potassico neutro di B con l'aggiunta di acetato di piombo: questo sale di piombo perde tutta l'acqua soltanto a 140°: preparato in un modo o nell'altro dette gli stessi risultati analitici:

I. e II. (Dalla soluzione alcoolica di B)

Gr. 0,206 sal di piombo seccato a 140° dettero gr. 0,097 PbO

onde $\text{Pb}\% = 43,70$.

Gr. 0,160 sal di piombo seccato a 140° dettero gr. 0,075 PbO

onde $\text{Pb} = 43,50$

III. e IV. (Dal sale potassico neutro di B)

Gr. 0,526 sale di piombo seccato a 140° dettero gr. 0,2485 PbO

onde $\text{Pb}\% = 43,86$.

Gr. 0,439 sale di piombo seccato a 140° dettero gr. 0,2035 PbO

onde $\text{Pb}\% = 43,03$.

Il composto $C_{11}H_{11}Pb_2O_{15} + PbO$ contiene 43,396 % di piombo.

Le analisi del composto argenteo di B non furono concordanti.

Composizione di C. — Questo composto ottenuto dallo sdoppiamento di A per l'azione degli acidi diluiti ha le seguenti proprietà. È solido, non cristallino, fonde a $+60^\circ$, scaldato fino 140° non perde di peso: a temperature più elevate perde continuamente, mandando un grato odore. È poco solubile nell'acqua fredda, un poco più nella calda: assai più solubile è nell'alcool e nell'etere: le soluzioni hanno una reazione acida e colore tendente al rosso con bella fluorescenza verde. È ben solubile negli alcali, e le soluzioni riducono molto a caldo il liquor di Feheling. La soluzione ammoniacale addizionata di nitrato d'argento, produce col riscaldamento un liquido fluorescente, rosso per trasparenza, leggermente bleu per riflessione, e tale apparenza presenta anche dopo vari mesi di riposo del liquido.

Il sale ammonico neutro si ottenne dalla soluzione nell'ammoniaca in eccesso evaporandola alla temperatura ordinaria sotto campana in presenza di acido solforico. Si ottiene così una sostanza solida scura non cristallina, solubilissima nell'acqua, la cui soluzione è neutra alle carte e che precipita in fiocchi scuri coll'aggiunta di acetato neutro di piombo. Diamo le analisi della sostanza C ottenuta dalla evaporazione della soluzione eterea seccata poscia a 100° .

- I. Gr. 0,370 dettero gr. 0,853 di CO_2 e gr. 0,176 di H_2O
- II. Gr. 0,350 dettero gr. 0,811 di CO_2 e gr. 0,173 di H_2O
- III. Gr. 0,213 dettero gr. 0,490 di CO_2 e gr. 0,105 di H_2O
- IV. Gr. 0,214 dettero gr. 0,493 di CO_2 e gr. 0,1000 di H_2O .

Da questi dati si deduce:

	C %	H %
I. Analisi	62,87	5,28
II. »	63,19	5,49
III. »	62,74	5,47
IV. »	62,83	5,19

Il composto $C_{11}H_{11}O_8$ contiene $C\% = 63,00$ $H\% = 5,00$. Il sal di piombo ottenuto dal sale ammonico neutro ed acetato neu-

tro di piombo in soluzione acquosa, seccato sopra H_2SO_4 , non perdeva di peso se scaldato a 100° .

Le analisi dettero

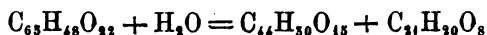
I. Gr. 0,210 sal di piombo seccato su H_2SO_4 , dettero gr. 0,0768 di PbO onde $Pb\% = 33,94$.

II. Gr. 0,207 dettero gr. 0,0770 di PbO onde $Pb\% = 34,49$.

Il composto $C_{11}H_{18}PbO_8$ contiene il 34,21 % di piombo.

Le analisi che abbiamo date non sono invero molto concordanti ma considerando la qualità delle sostanze studiate, poco suscettibili per la loro natura, di una perfetta purificazione, abbiamo creduto poterle pubblicare.

Lo sdoppiamento della sostanza A per l'azione degli acidi diluiti può dunque spiegarsi con la formula



Questa proprietà di A unita a tutte le altre fa ascrivere il composto A fra i glucosidi. (Si noti che nell'elettrolisi del toluene il Rénard ottenne il glucoso della serie aromatica, ossia il fenoso $C_6H_7O_6$ (*Comptes rendus* 1881, t. 92, pag. 965).

Acido D. — Il liquido primitivo acidulato con acido cloridrico in eccesso e filtrato dopo lungo riposo e poscia evaporato a bagno maria lascia un residuo salino di cloruro potassico colorato, da cui l'etere estrae una sostanza D. Evaporata la soluzione eterea di D e cacciato quel poco di HCl libero rimasto si scioglie in acqua il residuo che non è abbondante; la soluzione si tratta con acetato di piombo ed il precipitato ottenuto si scompone con l'idrogeno solforato; si tira a secco a bagno maria, si riprende con etere e da questo per evaporazione si ottiene l'acido D che così ottenuto si presenta sotto l'aspetto di una massa color rosso scuro, rossa per trasparenza, non cristallina, rassomigliante per l'odore ed il colore alla conserva di frutta acide. Ha sapore astringente acidino, ed allappa la lingua: odore assai grato: scaldato fonde a $+ 93^\circ$ ed a più elevata temperatura manda fumi bianchi che irritano la gola: infine si rigonfia e brucia lasciando un carbone voluminoso. È ben solubile in acqua, alcole ed etere e così pure negli alcoli metilico, amilico, nello acetone, nell'acido acetico e solforico concentrati e negli alcali;

è insolubile nel cloroformio, nel benzolo, nel solfuro di carbonio ecc. Le soluzioni tutte hanno reazione acida marcata, sono colorate in rosso con fluorescenza verde. La soluzione acquosa ha odore grato che assomiglia a quello di estratto di lamponi, riduce a caldo e fortemente il liquor di Feheling; la soluzione acquosa di un suo sale alcalino neutro, riduce il sublimato corrosivo a calomelano ed il solfato ferrico a ferroso e col cloruro d'oro dà riduzione di oro metallico. La soluzione ammoniacale con ammoniaca in eccesso riduce a caldo il nitrato d'argento con riduzione di argento metallico che rende speculare la parete del tubo di assaggio. La soluzione acquosa dell'acido non dà colorazione alcuna coll'aggiunta di cloruro ferrico. L'acido stesso riscaldato con acido nitrico non dà affatto acido picrico.

Il sale ammonico dell'acido D si ottiene aggiungendo ammoniaca in eccesso alla soluzione acquosa e lasciando evaporare sotto campana in presenza di acido solforico: il sale ammonico è cristallino e ben solubile in acqua: la sua soluzione precipita col nitrato d'argento, coll'acetato di piombo, col cloruro di bario: in tal guisa furon preparati i sali per le analisi.

Composizione dell'acido D seccato a 100°.

- I. Gr. 0,526 di ac. dettero gr. 1,042 di CO_2 e gr. 0,2040 di H_2O
 II. Gr. 0,2617 di ac. dettero gr. 0,514 di CO_2 e gr. 0,1030 di H_2O
 III. Gr. 0,3200 di ac. dettero gr. 0,635 di CO_2 e gr. 0,1250 di H_2O

onde si deduce

	C%	H%
I analisi	54,03	4,31
II »	53,59	4,37
III »	54,10	4,35
Media C% =	53,91	H% = 4,34

Il composto $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_4$ contiene

$$\text{C}\% = 54,45 \qquad \text{H}\% = 3,89$$

Sal d'argento di D. — Esso fu ottenuto dal sale ammonico neutro e nitrato d'argento. Seccato sotto campana in presenza di acido solforico non perde di peso se seccato a 100°.

I. Gr. 0,3895 di sal d'argento dettero gr. 0,2267 di argento;
onde $\text{Ag}\% = 58,13$.

II. Gr. 0,283 di sale argentario dettero gr. 0,164 di argento;
onde $\text{Ag}\% = 57,95$.

III. Gr. 0,260 di sal d'argento dettero gr. 0,151 di argento;
onde $\text{Ag}\% = 58,08$.

Il composto $\text{C}_7\text{H}_4\text{Ag}_2\text{O}_4$ contiene il 58,47% di Ag.

Analisi del sal di bario. — Esso fu ottenuto per doppia decomposizione dal sale potassico cristallizzato di D e dal cloruro di bario.

Questo sal di bario; perde acqua a 100° e nuovamente a 140° da 150° - 200° non perde più di peso:

I. Gr. 0,321 di sal di bario seccato a 190° dettero

Gr. 0,221 di BaCO_3

onde $\text{Ba}\% = 47,89$.

II. Gr. 0,256 dello stesso sale dettero gr. 0,177 di BaCO_3 , onde $\text{Ba}\% = 48,10$.

Il composto $\text{C}_7\text{H}_4\text{BaO}_4$ contiene il 47,4% di Ba.

Sale di piombo di D. — Il sal di piombo seccato in presenza di acido solforico perde acqua sino a 120° , a 150° comincia a decomporsi perdendo di peso continuamente.

I. Gr. 0,3715 di sal di piombo seccato a 120° dettero

Gr. 0,230 di PbO

onde $\text{Pb}\% = 57,47$.

II. Gr. 0,4695 sal di piombo seccato a 120° dettero

Gr. 0,2905 di PbO

onde $\text{Pb}\% = 57,44$.

III. Gr. 0,351 sal di piombo seccati a 130° dettero

Gr. 0,216 di PbO

onde $\text{Pb}\% = 57,12$.

IV. Gr. 0,376 di sal di piombo seccato a 120° dettero

Gr. 0,2335 di PbO

onde $\text{Pb}\% = 57,64$.

Il composto $\text{C}_7\text{H}_4\text{PbO}_4$ contiene il 57,65% di Pb.

Seguono le analisi elementari del sal di piombo seccato a 120°:

I. Gr. 0,205 sal di piom. dettero gr. 0,175 di CO_2 , gr. 0,031 di H_2O
onde $\text{C}\% = 23,28$ $\text{H}\% = 1,68$

II. Gr. 0,444 sal di piom. dettero gr. 0,373 di CO_2 , gr. 0,058 di H_2O
onde $\text{C}\% = 22,91$ $\text{H}\% = 1,45$

III. Gr. 0,667 sal di piom. dettero gr. 0,550 di CO_2 , gr. 0,076 di H_2O
onde $\text{C}\% = 22,49$ $\text{H}\% = 1,27$

Il composto $\text{C}_7\text{H}_4\text{PbO}_4$ contiene il 23,39% di C ed il 1,12% di H.

Da tutti questi risultati si conclude che il composto D è da ascriversi tra i molti acidi *diossibenzoici* (1); dei quali alcuni furono studiati dal Remsen, dal Barth e Senofer e dall' Asher ec. e più precisamente tra quelli che non danno colorazione in presenza del cloruro ferrico e che precipitano con l'acetato di piombo.

II. Elettrolisi con elettrodi di carbone di storta delle soluzioni di fenolo nell' idrato sodico.

L'elettrolite era costituito da una soluzione di gr. 150 di fenolo puro, e gr. 254 di soda caustica in un litro circa di acqua stillata.

L'elettrodo positivo era formato da due grossi carboni di storta previamente purificati con gli acidi e poi col cloro ad alta temperatura ecc. quello negativo era una lastra di platino. La pila era di 4 grandi elementi Bunsen rinnovati ogni tre giorni: la corrente passò per un mese circa. Durante il passaggio della corrente si osservò debolissimo svolgimento gassoso dal carbone mentre lo sviluppo era assai forte dal platino elettrodo negativo. Il liquido si colorò subito intensamente e dopo poche ore era nero, e si formò molta schiuma alla superficie: il carbone elettrodo positivo si consumò assai, tanto che a fine di esperienza esso aveva perso di peso varie centinaia di grammi: al fondo del voltmetro si raccoglieva un abbondante sedimento nero, costituito da carbone minutamente disgregato contenente Mello-
geno.

(1) Compara Wurtz, *Dizionario di Chimica*, articolo *Oxybenzoiques acides*, t. 2. pag. 702, Watt's passim.

Il liquido del voltmetro fu filtrato; il filtrato coll'aggiunta di acido cloridrico che si versò in eccesso, dette abbondante sviluppo di anidride carbonica, che la soda aveva fissata dal carbone elettrodo positivo; e precipitò in quantità notevole una sostanza α che si raccolse su filtro: il liquido cloridrico filtrato trattato come nella elettrolisi precedente dette un acido solubile in acqua alcole ed etere, le cui proprietà, il punto di fusione e le analisi ci provarono essere lo stesso acido D ottenuto nella elettrolisi con elettrodi di carbone del fenolo sciolto nella potassa.

La sostanza α lavata ripetutamente con acqua stillata, e poscia seccata sotto campana in presenza di acido solforico, è insolubile in acqua ed in etere, solubile in alcole al quale comunica colore rosso scuro e reazione acida e precipita dalla soluzione alcoolica coll'aggiunta di acqua addizionata di acido cloridrico: è questo appunto il modo tenuto per ottenerla pura, avendo cura che la precipitazione fosse fatta a freddo: la sostanza α non fonde ma riscaldata distilla un olio che ha un odore di fenolo e reazione acida, e resta un carbone lucente, non cristallizza, nè cristallizzano i suoi sali alcalini, è solubile nelle soluzioni acquose di alcali alle quali comunica un'intensa colorazione scura: il sale potassico puro si ottiene precipitando la soluzione alcoolica di α con una soluzione alcoolica di potassa e lavando il precipitato con alcole.

La soluzione alcoolica e le soluzioni di α negli alcali riducono a caldo il liquor di Feheling: la soluzione ammoniacale scaldata con nitrato d'argento dà un liquido limpido rosso per trasparenza con riflessione bluastra: riscaldata con acido cloridrico si scinde in due altre sostanze β e γ .

Lo sdoppiamento della sostanza α per l'azione degli acidi avviene secondo la equazione $\alpha = \beta + \gamma$ come vedremo fra poco dimostrato dalle analisi.

Composizione di α . — Essa fu prima trattata con etere nel quale essa è insolubile per toglierle qualunque traccia di acido fenico e del prodotto D, poscia fu sciolta in alcool e precipitata coll'aggiunta di acqua acidulata con acido cloridrico: fu seccata sotto campana in presenza di acido solforico: così seccata perdeva acqua a 100°.

Le analisi si riferiscono alla sostanza seccata a 100°.

I. Gr. 0,202 di sostanza dettero gr. 0,518 di CO_2 , gr. 0,077 di H_2O
onde $\text{C}\% = 69,94$ $\text{H}\% = 4,23$

II. Gr. 0,288 di sost. dettero gr. 0,740 di CO_2 , gr. 0,104 di H_2O
onde $\text{C}\% = 70,07$ $\text{H}\% = 4,01$

III. Gr. 0,210 di sost. dettero gr. 0,539 di CO_2 , gr. 0,080 di H_2O
onde $\text{C}\% = 70,00$ $\text{H}\% = 4,23$

IV. Gr. 0,189 di sost. dettero gr. 0,480 di CO_2 , gr. 0,073 di H_2O
onde $\text{C}\% = 70,38$ $\text{H}\% = 4,36$

Riunendo questi risultati si ha

	$\text{C}\%$	$\text{H}\%$
I. analisi	69,94	4,23
II. »	70,07	4,01
III. »	70,00	4,23
IV. »	70,38	4,36

Il composto $\text{C}_{10}\text{H}_{10}\text{O}_8$ contiene $\text{C}\% = 70,16$ $\text{H}\% = 4,03$.

Sale potassico di α . — Esso fu ottenuto precipitando la soluzione alcoolica di α con una soluzione alcoolica di potassa il precipitato fu poscia lavato con alcoole assoluto nel quale esso è insolubile. Il sale fu a lungo seccato sotto campana in presenza di acido solforico.

I. Gr. 0,316 di sale potas. di α seccato su acid. solf. dettero gr. 0,112 di nitrato potassico onde $\text{K}\% = 13,71$.

II. Gr. 0,428 di sale potassico di α seccato su acido solforico ridotti a nitrato dettero gr. 0,1535 di KNO_3 onde $\text{K}\% = 13,87$.

Il composto $\text{C}_{10}\text{H}_{10}\text{K}_2\text{O}_8$ contiene il 13,67% di K.

Prodotti dello sdoppiamento della sostanza α . — La sostanza α bollita con acqua cloridrica si scinde in due sostanze β e γ di cui la prima β è insolubile in acqua ed in etere mentre l'altra vi è solubile, per modo che si possono così agevolmente separare.

Sostanza γ . — È solida, rossastra per trasparenza, friabile, non cristallina; scaldata, ha odore di conserva di frutta. Fonde a $+75^\circ$. È pochissimo solubile nell'acqua fredda; un po' solubile nell'acqua calda alla quale comunica colore giallino, e la proprietà di ridurre il liquore di Feheling. È solubile in alcool ed in etere ai quali comunica reazioni leggermente acide: le so-

luzioni sono rossastre per trasparenza, verdastre per riflessione. Si scioglie bene negli idrati alcalini: queste soluzioni riducono fortemente il liquor di Feheling: la soluzione ammoniacale addizionata di nitrato d'argento e bollita dà un liquido limpido rosso per trasparenza, con fluorescenza verdastra. Scaldata in tubo d'assaggio fonde e manda fumi di odore grato. La soluzione alcoolica addizionata di acqua dà un precipitato biancastro (a differenza della sostanza C dell'elettrolisi del fenolo sciolto nella potassa, la quale non precipita dalla soluzione alcoolica coll'aggiunta di acqua).

La soluzione alcoolica di γ precipita coll'acetato di piombo neutro, col cloruro di calce e coll'idrato baritico. Tali precipitati sono insolubili in acqua e in alcole.

Seguono le analisi della sostanza γ ottenuta dalla evaporazione della soluzione eterea e poi seccata a $+50^\circ$.

I. Gr. 0,171 di sostanza dettero gr. 0,446 di CO_2 , gr. 0,078 di H_2O
onde $\text{C}\% = 71,13$ $\text{H}\% = 5,06$

II. Gr. 0,294 di sost. dettero gr. 0,767 di CO_2 , gr. 0,133 di H_2O
onde $\text{C}\% = 71,15$ $\text{H}\% = 5,02$

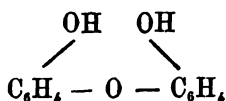
III. Gr. 0,299 di sost. dettero gr. 0,780 di CO_2 , gr. 0,134 di H_2O
onde $\text{C}\% = 71,15$ $\text{H}\% = 4,97$

IV. Gr. 0,100 di sost. dettero gr. 0,261 di CO_2 , gr. 0,045 di H_2O
onde $\text{C}\% = 71,16$ $\text{H}\% = 5,00$

Riunendo le analisi si ha il seguente prospetto

	C %	H %
I. Analisi	71,13	5,07
II. >	71,15	5,03
III. >	71,15	4,98
IV. >	71,16	5,00

Questi risultati analitici corrispondono perfettamente alla formola $\text{C}_{12}\text{H}_{10}\text{O}_3$ che contiene 71,28 di C%, 4,95 di H%. Le analisi, il *punto di fusione* e le *altre proprietà* mostrano che la sostanza ha molta analogia con l'etere dell'idrochinone



già ottenuto, due anni or sono dal sig. Etard (1) per l'azione dell'acido clorocromico sul fenolo.

Sostanza β. — È una sostanza solida, nera, non fusibile, non cristallizzabile, insolubile in acqua ed in etere, solubile in alcole e la soluzione alcoolica è leggermente acida e non precipita coll'aggiunta di acqua. È pure solubile negli alcali. Le soluzioni alcaline riducono fortemente il liquor di Feheling: la soluzione ammoniacale addizionata di nitrato d'argento e bollita dà un liquido limpido rosso per trasparenza e verdastro per riflessione.

La sostanza seccata per un mese sotto campana in presenza di acido solforico perde acqua quando vien seccata a 100°. Seguono le analisi:

I. Gr. 0,344 sost. sec. a 100° dett. gr. 0,876 di CO₂, gr. 0,123 di H₂O
onde C% = 69,45 H% = 3,97

II. Gr. 0,377 sostanza dettero gr. 0,954 di CO₂, gr. 0,140 di H₂O
onde C% = 69,02 H% = 4,12

Il composto C₁₇H₁₀O₈ dà C% = 69,39 H% = 3,40.

Sale potassico di β. — Questo fu ottenuto precipitando la soluzione alcoolica di β con una soluzione alcoolica di potassa.

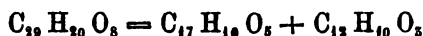
Il precipitato ottenuto era insolubile in alcool ma solubile in acqua. Il sale potassico fu a lungo seccato sotto campana in presenza di acido solforico.

I. Gr. 0,3415 di sale potassico dettero gr. 0,1900 di KNO₃
onde K% = 21,52.

II. Gr. 0,3740 di sale potassico dettero gr. 0,206 di KNO₃
onde K% = 21,31.

Il composto C₁₇H₈K₂O₈ contiene il 21,14 % di potassio.

Lo sdoppiamento della sostanza α avviene senza assorbimento d'acqua ed è spiegato dalla semplice equazione



la quale unita alle altre proprietà la farebbe ascrivere ai glucosidi.

(1) *Comptes Rendus* 1881, pag. 1444. — Il sig. Etard analizzando questo composto trovò C% = 70,9 H% = 5,3. Compara anche Watt's *Dict. of Chemistry*, vol. VIII, parte 2. pag. 1520, articolo *Quinol-ether ou quinyloxyde*.

III. Elettrolisi con elettrodi di platino delle soluzioni di fenolo nell' idrato potassico.

Fu elettrolizzata una soluzione di 15 parti di fenolo purissimo cristallino, fornitoci dal Trommsdorff in 200 parti di acqua stillata, nella quale erano sciolte parti 30 di potassa all'alcool. La corrente di 4 elementi Bunsen rinnovati ogni due giorni passò per un mese. Si osservò vivo svolgimento gassoso dalla lamina di platino elettrodo negativo e quasi nessuno svolgimento dalla lamina di platino elettrodo positivo. Nello stesso tempo il liquido si colora in scuro dal polo positivo e si distaccano da esso dei fiocchi poco solubili nel liquido. Dopo 10 ore di passaggio della corrente il liquido era diventato assai scuro, tanto da non potersi scorgere gli elettrodi immersi: l'idrogeno svolgentesi dal polo negativo vi manteneva alla superficie un'alta schiuma, consistente. Dopo un mese di passaggio della corrente il liquido non possiede più odore fenico: lo si filtra; rimane sul filtro una piccola quantità di sostanza. Il filtrato, acidulato con acido cloridrico dà fortissima effervescenza di CO_2 (quantunque durante l'elettrolisi fosse stato evitato l'accesso dell'aria nel voltmetro) acido carbonico fissato sulla potassa in seguito alla elettrolisi. L'acido cloridrico aggiunto in eccesso produce un precipitato fioccoso seuro (α) che si raccoglie su filtro. Il liquido cloridrico filtrato contiene un acido, le cui proprietà ed analisi corrispondono perfettamente a quello D sempre ottenuto nell'elettrolisi delle diverse soluzioni feniche anche impiegando elettrodi di carbone.

Il precipitato (α) ben lavato con acqua (nella quale è insolubile) fu seccato sotto campana in presenza di H_2SO_4 e poscia parimente nel modo seguente: fu prima a lungo trattato con etere freddo nel quale esso è insolubile, poscia disciolto a freddo in alcoole e la soluzione alcoolica addizionata di 3 volumi di acqua fu preparata con HCh : il precipitato raccolto su filtro, ben lavato con acqua e poscia seccato sopra H_2SO_4 , servì per le analisi.

Il composto (α) così ottenuto ha le seguenti proprietà:

È scuro, insolubile in acqua ed in etere, solubile nell'alcool e nelle soluzioni degli idrati alcalini. Non cristallizza; nè cristal-

lizzano i suoi sali: non fonde: scaldato in tubo di prova si decompone e distilla ad alta temperatura un olio che ha odore fenico: resta un coke nero, lucente, friabile. Scaldato con acido nitrico dà acido picrico.

La soluzione alcoolica diluita con acqua precipita col cloruro calcico, coll'idrato baritico, col cloruro di zinco, col solfato di rame, coll'acetato di piombo, col nitrato d'argento ecc. essa riduce il liquor di Feheling.

La soluzione ammoniacale addizionata di nitrato d'argento e bollita dà un liquido che filtrato è rosso per trasparenza, con fluorescenza verde intensa; il dicroismo si mantiene anche dopo varii mesi di riposo del liquido.

La sostanza (α) seccata a lungo sotto campana in presenza di H_2SO_4 perde acqua a 100° riducendosi da 100 parti a parti 96,20 e poi non perde più di peso fino a verso 190° alla qual temperatura comincia a decomporsi trasformandosi in una sostanza insolubile nell'alcole.

Seguono le analisi di (α) seccata per 20 giorni sotto campana in presenza di H_2SO_4 .

I. Gr. 0,220 di sost. dett. gr. 0,536 di CO_2 e gr. 0,083 di H_2O
onde $C\% = 66,45$ $H\% = 4,19$

II. Gr. 0,261 di sost. dett. gr. 0,640 di CO_2 e gr. 0,098 di H_2O
onde $C\% = 66,88$ $H\% = 4,17$

III. Gr. 0,392 di sost. dett. gr. 0,965 di CO_2 e gr. 0,142 di H_2O
onde $C\% = 66,72$ $H\% = 4,03$

IV. Gr. 0,1825 di sost. dett. gr. 0,448 di CO_2 e gr. 0,067 di H_2O
onde $C\% = 66,95$ $H\% = 4,08$

Le due analisi seguenti furono fatte sopra un campione di (α) ottenute in un'altra elettrolisi eseguita nelle stesse condizioni ma con quantità di fenolo più piccola.

V. Gr. 0,145 di sost. dett. gr. 0,358 di CO_2 e gr. 0,056 di H_2O
onde $C\% = 67,34$ $H\% = 4,29$

VI. Gr. 0,318 di sost. dett. gr. 0,788 di CO_2 e gr. 0,120 di H_2O
onde $C\% = 67,58$ $H\% = 4,19$

Riunendo questi risultati si ha

	C%.	H%.
I	66,45	4,19
II	66,88	4,17
III	66,72	4,03
IV	66,95	4,08
V	67,34	4,29
VI	67,58	4,19
Media C% =	66,98	H% = 4,16

Sebbene le analisi di (α) siano sufficientemente concordanti tra loro, nondimeno quelle dei suoi composti con l'argento e col piombo ci fanno credere che non sia sufficientemente pura da poterne dedurre la sua formola bruta.

IV. Elettrolisi delle soluzioni alcaline di fenolo con elettrodi di grafite Ceylan.

Fu elettrolizzata una soluzione di fenolo purissimo (150 parti di fenolo in un litro di acqua contenente disciolti 250 grammi di soda caustica): con una pila di 3 elementi rinnovati ogni due giorni per lo spazio di un mese.

Si osservò vivissimo svolgimento gazofo dall' elettrodo negativo mentre esso era debolissimo dallo elettrodo positivo. A fine di esperienza la grafite elettrodo positivo fu trovata molto consumata e al fondo del vaso si ebbe un sedimento nero Ω alto varii millimetri costituito intieramente da *grafite* disgregata.

Il liquido del voltmetro filtrato era colore rosso-scuro: acidulato con HCh dette fortissima effervescenza di anidride carbonica, dovuta certo al processo elettrolitico in quantochè durante l' esperienze, fu nel voltmetro impedito l'accesso dell'aria. Il liquido così acidulato dette un abbondante precipitato fioccoso, insolubile in acqua ed in etere, solubile nell'alcool e nelle soluzioni degli alcali, le cui soluzioni riducevano fortemente il liquor di Feheling ec. Noi riteniamo questo prodotto analogo a quelli ottenuti nelle altre elettrolisi, un prodotto cioè molto complesso.

Il liquido cloridrico filtrato conteneva un acido che ci è

sembrato per le sue proprietà identico a quello D che abbiamo pur trovato in tutte le altre diverse elettrolisi delle soluzioni feniche.

A questa memoria presto farà seguito un'altra nella quale saranno esaminati più dettagliatamente tutti o parte dei composti quivi citati, e sommariamente studiati. Abbiamo tentato alcune trasformazioni per conoscerne la loro costituzione ma sempre con risultati sfavorevoli; la complessività della loro natura e le loro proprietà pongono un grande ostacolo. Dei risultati ottenuti nelle elettrolisi sopra citate possiamo farne brevemente un riepilogo.

Conclusioni.

Riassumeremo qui brevemente i fatti esposti nella presente memoria:

1°. Elettrolizzando soluzioni di fenolo nell'acqua che contiene idrato sodico oppure idrato potassico con elettrodi di carbone di storta o di grafite o di platino; si ottiene sempre nella soluzione uno stesso acido D ma in piccola quantità relativamente agli altri prodotti il quale non precipita dalla soluzione acquosa per l'aggiunta degli acidi minerali, e che gode delle seguenti proprietà:

È ben solubile in acqua, alcool ed etere; fonde a $+ 93^{\circ}$; ha il sale ammonico cristallino; riduce a caldo il liquor di Feheling; e così pure il nitrato di argento ammoniacale con riduzione di argento metallico riduce il solfato ferrico a ferroso e il sublimato corrosivo a calomelano; non si colora coll'aggiunzione di cloruro ferrico.

Le analisi dell'acido libero e dei suoi sali di argento e di piombo e di bario possono essere interpretati colla formola



Esso è da ascriversi fra i molti acidi diossibenzoici, e più precisamente fra quelli che non danno colorazione in presenza del cloruro ferrico e che precipitano coll'acetato di piombo.

2°. Elettrolizzando le soluzioni alcaline di fenolo con l'elettrodo positivo di carbone di storta questo si disgrega, e nel se-

dimento si trova molto mellogeno; con l'elettrodo positivo di grafite questo si disgrega ma la parte disgregata è pura grafite.

3°. Le soluzioni di fenolo nell'idrato potassico con elettrodi di carbone danno luogo ad un composto A solubile nei liquidi alcalini ma che precipita coll'addizione di un acido minerale: questo composto è solido, non fusibile, insolubile in acqua ed in etere, solubile in alcoole, e nelle soluzioni alcaline; non cristallizza, riduce fortemente il liquor di Feheling, ha proprietà acide; coll'acido nitrico dà acido picrico.

L'analisi di A seccato a 100° conduce alla formola empirica



Il suo sale potassico analizzato conduce alla formola



Esso A bollito a lungo con acqua cloridrica si sdoppia nei composti B e C: aventi proprietà acide; il primo composto B è solido, non fonde, non cristallizza è insolubile in acqua ed in etere; il secondo C non cristallizza, è fusibile e fonde a $+ 60^{\circ}$; è solubile nell'acqua, nell'alcoole e nell'etere. Ambedue riducono il liquor di Feheling; le analisi di B seccato a 100° conducono alla formola



e quelle del sale potassico all'altra



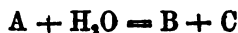
Le analisi di C seccato a 100° conducono alla formola



e quelle del suo sale di piombo a



Lo sdoppiamento di A per l'azione degli acidi diluiti si spiegherebbe con la formola



ossia



4°. Le soluzioni di fenolo nell'idrato sodico impiegando elettrodi di carbone di storta danno luogo ad un composto α

molto analogo per le sue proprietà ad A; cioè infusibile, insolubile in acqua ed in etere, solubile in alcoole e nei liquidi alcalini da cui precipita coll'addizione di un acido minerale.

Le analisi di α seccato a 100° conducono alla formola



e quelle del sale potassico a



Il composto α bollito a lungo con acqua cloridrica si scinde nei composti β e γ dei quali il primo è infusibile e insolubile in acqua ed in etere, solubile però in alcool; ed il secondo è fusibile e fonde a $+75^\circ$; è solubile in acqua, in alcoole ed in etere.

Le analisi di β seccato a 100° conducono alla formola



e quelle del suo sale potassico all'altra



Le analisi di γ seccato a 50° conducono alla formola



che corrisponde all'ossido di chinile trovato dall'Etard.

Lo sdoppiamento avviene secondo l'equazione

$$\alpha = \beta + \gamma$$

ossia



5°. Le soluzioni di fenolo negli alcali elettrolizzate con elettrodi di platino danno luogo similmente ad un composto (α) che precipita dalle soluzioni alcaline coll'aggiunta di acidi minerali; questo composto (α) è infusibile; insolubile in acqua ed in etere; solubile però nell'alcoole: bollito con HCl diluito non sembra sdoppiarsi.

Le analisi di α seccato a 100° hanno dato

$$C\% = 66,98$$

$$H\% = 4,16$$

che potrebbe interpretarsi con la formola empirica



Dal Gabinetto di Fisica dell'Istituto Tecnico di Firenze

Li 12 Aprile 1883.

ESPERIENZA DA LEZIONE PER DIMOSTRARE UN TEOREMA DI *RIEMANN*
SULLA ELETTROSTATICA; DEL PROF. ADOLFO BARTOLI.

La disposizione sperimentale che sono per descrivere serve a dimostrare in lezione un noto teorema di elettrostatica, dal quale poi una volta dimostrato, si potrebbe, seguendo il Clausius, con calcoli elementari dedurre la teoria dei condensatori di forma qualunque (*).

Il teorema che vuol dimostrarsi sperimentalmente può enunciarsi così:

« Siano A e B due conduttori in vicinanza dei quali possono « trovarsi altri conduttori in comunicazione con la terra.

« Mentre B è in comunicazione colla terra ed A è isolato si « carichi di elettricità quest'ultimo fino ad un livello potenziale « K e sia Q_B la quantità di elettricità accumulata per influenza « su B. Dopo venga messo A in comunicazione con la terra, men- « tre B è isolato e carico di elettricità fino allo stesso livello po- « tenziale K. Sia Q_A la quantità di elettricità che si viene così « ad accumulare su A; si ha

$$Q_A = Q_B$$

Questo teorema dovuto al Riemann è stato dimostrato prima dal Betti (2) e poi dal Clausius (3) fondandosi sopra il noto teorema di Green; il Bertrand (4) ne ha dato (insieme ad altri teoremi) una dimostrazione più semplice dipendente da un altro principio facile a stabilire: un'altra dimostrazione dello stesso teorema è stata data recentemente dal sig. Croullebois (5).

(1) Clausius, *Teoria meccanica del calore*, parte 2. (in principio).

(2) Betti, *Teoria delle forze che agiscono secondo la legge di Newton*. — *N. Cimento*, anno 1863, t. XIX, pag. 175.

(3) Clausius, *Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie*, parte 2. — *Einleitung in die mathematische Behandlung der Electricität*, pag. 82 (Braunschweig, 1867).

(4) Bertrand, *Alcuni teoremi generali relativi all'elettricità statica*. — *Journal de Physique*, t. III, pag. 76. Parigi 1874.

(5) Croullebois, *Philosophical Magazine*, vol. XII, pag. 477, (Dicembre 1881) e *Comptes Rendus*, t. XCIII, pag. 719-720, (Novemb. 1881).

Gli apparecchi occorrenti per la disposizione sperimentale che qui descrivo, sono i seguenti: un commutatore; una pila bene isolata di 200 a 400 elementi, uno dei poli della quale, per es. quello positivo è sempre in perfetta comunicazione con la terra; due conduttori A, B di forma qualunque perfettamente isolati; un galvanometro a filo lungo perfettamente isolato, uno dei capi a , b del quale può esser messo in perfetta comunicazione con la terra.

Girando il commutatore si riproduce periodicamente lo stesso ciclo di quattro differenti disposizioni di comunicazioni elettriche.

1ª Disposizione. — Mentre B vien messo in comunicazione con la terra, il conduttore A vien messo in comunicazione col polo isolato (che suppongo per esempio il negativo) della pila: questa seconda comunicazione cessa qualche istante dopo la prima.

2ª Disposizione. — Il conduttore A vien messo in comunicazione con la terra: appena cessa questa comunicazione il conduttore B vien messo in comunicazione elettrica col capo b del galvanometro, mercè un filo metallico, mentre l'altro capo a del galvanometro stesso vien messo in perfetta comunicazione con la terra.

3ª Disposizione. — Mentre il conduttore A viene messo in comunicazione con la terra, il conduttore B vien messo in comunicazione con lo stesso polo negativo della stessa pila: questa seconda comunicazione cessa qualche istante dopo la prima.

4ª Disposizione. — Il conduttore B vien messo in comunicazione con la terra: appena cessata questa comunicazione il conduttore A vien messo in comunicazione col capo a del galvanometro, mentre l'altro capo b vien messo in perfetta comunicazione con la terra, per mezzo dello stesso conduttore che nella 3ª disposizione serviva a mettere in comunicazione con la terra il capo b del galvanometro.

Nella 2ª disposizione passa pel galvanometro una quantità di elettricità Q_2 , quella cioè che rimaneva libera sul conduttore B: nella 4ª disposizione passa pel galvanometro (ma in senso contrario al precedente) una quantità di elettricità Q_4 , quella cioè rimasta libera sul conduttore A: se l'intervallo di tempo che esiste tra queste due operazioni è lungo, il galvanometro de-

vierà prima in un senso e poi in senso contrario; ma se questo intervallo è brevissimo non si dovrà osservare nemmeno la più piccola deviazione galvanometrica se veramente

$$Q_A - Q_B$$

così dunque il *teorema vien dimostrato dal non deviare dell'ago del galvanometro.*

Il commutatore (*Tav. IV*) si compone di un cilindro di legno orizzontale, lungo 45 centimetri, con 18 cent. di diametro; si può imprimergli una velocità assai grande per mezzo di una corda senza fine ec. o d'ingranaggi: tangenzialmente al cilindro sono 15 piccole molle di ottone, verticali, sostenute da zoccoli perfettamente isolanti di ebanite: indicherò queste molle per ordine coi numeri 1, 2, 3, ec. 13, 14, 15: è facile, occorrendo, mantenere costante la velocità di rotazione e di misurarla esattamente, con la semplice aggiunta di un disco metallico munito di fori e ruotante intorno allo stesso asse; soffiandovi contro un getto d'aria si produce come nella sirena di Seebek un suono, dalla cui altezza si può giudicare ec. ec. Anche il Prof. Blaserna adoperò un artificio simile nel suo interruttore differenziale.

Sopra il cilindro sono incastrati convenientemente dei pezzi di ebanite molto spessa, i quali servono ad isolare dei pezzi di ottone, torniti sul cilindro stesso e sporgenti un quattro millimetri dalla superficie del cilindro; per modo che due molle consecutive possono esser messe fra loro in comunicazione quando toccano insieme lo stesso pezzetto di ottone, mentre in tutte le altre posizioni del cilindro le molle non possono in verun modo toccarne la superficie. Le quattro disposizioni precedenti si possono facilmente ottenere girando il commutatore, coll'aver disposti convenientemente i pezzetti di ottone in quattro file, ciascheduno lungo una generatrice del cilindro, e coll'aver collegate convenientemente alcune delle molle con la terra, coi conduttori A e B, coi capi *a* e *b* del galvanometro, e col polo isolato della pila.

Perciò le molle 1, 5, 7, 11, 15 sono sempre mantenute in perfetta comunicazione con la terra; le molle 4, 10 sempre col conduttore A, quelle 2, 6, 8 sempre col conduttore B (ben s'in-

tende per mezzo di fili sottilissimi); quelle 12, 14 coi capi *a b* del galvanometro (rispettivamente), quella 3 col polo isolato della pila, le molle 9 e 13 sono riunite insieme. Per ottenere la prima disposizione, i pezzi metallici vanno disposti in una prima fila, secondo una generatrice del cilindro, per modo che comunichino la molla 6 con la 7 e la molla 3 con la 4, e che quest'ultimo contatto cessi un po' dopo il primo.

Per ottenere la seconda disposizione si devono far comunicare elettricamente le molle [4, 5] e così pure le [8, 9], [11, 12], [13, 14], in modo che il contatto della prima coppia cessi un po' avanti dello stabilirsi simultaneo dei contatti delle altre coppie.

Per ottenere la terza disposizione si devono far comunicare le molle [2, 3], [4, 5] in modo però che il contatto delle prime due cessi un po' dopo di quello delle altre due.

Per ottenere la quarta disposizione si devono far comunicare le molle [1, 2], [9, 10], [12, 13], [14, 15] per modo che il contatto della prima coppia di molle cessi un po' avanti dello stabilirsi simultaneo dei contatti delle altre tre coppie. (Vedi la tavola).

Le dimensioni assai grandi del cilindro permettono di disporre i pezzi metallici in 16 file orizzontali, in modo che per ogni giro del cilindro, il ciclo delle quattro disposizioni sopra descritte vien compiuto 4 volte: ossia in modo che per ogni giro del cilindro, otto correnti alternativamente invertite passino pel galvanometro.

Facil cosa è dare a queste correnti sempre la stessa direzione nel galvanometro, quando si voglia dimostrare che veramente le quantità di elettricità indotte son tali da potere essere bene accusate da questo strumento; per tale scopo basta mettere in costante comunicazione col suolo uno dei capi del galvanometro, mentre l'altro è sempre in comunicazione con la molla 9.

Le cariche elettrostatiche indotte da uno dei conduttori sull'altro, si possono rendere visibili anche con un semplice elettroscopio a foglie d'oro ben fatto, oppure con un altro elettroscopio qualunque, che sia un po' sensibile.

L'apparecchio descritto si presterebbe anche con pochissime modificazioni alla misura delle capacità induttive specifiche, col metodo stesso impiegato dal Silow ⁽¹⁾.

(1) *Pogg. Ann.* Bd. 158, s. 306, anno 1876.

L'apparecchio fu costruito dal sig. R. Turchini e dal sig. S. Vannucci, in questo Gabinetto e costò L. 100. La pila era di 400 elementi zinco-carbone nella soluzione di acido cromico: il galvanometro era a lunghissimo filo ben isolato ed a specchio, costruito dal Sauerwald.

Il galvanometro deviava di 40 a 60° con un grande condensatore a lamine di aria di forma qualunque quando le correnti passavano tutte nello stesso senso pel galvanometro: mentre invece la deviazione osservata anche collo specchio era assolutamente nulla quando le correnti erano alternativamente invertite. Lo che prova con tutta esattezza la verità del principio che si voleva dimostrare.

Dal Gabinetto di Fisica dell'Istituto Tecnico di Firenze
Li 14 Aprile 1883.



SULLA TEORIA DEGLI STRATI MAGNETICI;
NOTA DI E. BELTRAMI.

Qualunque sia la distribuzione del magnetismo in un corpo magnetico, la funzione potenziale di questa distribuzione è generalmente rappresentata, come è noto, da un integrale esteso a tutto lo spazio (S) occupato dal corpo. Questo integrale ha la forma

$$V = \int \left(\alpha \frac{d}{da} \frac{1}{r} + \epsilon \frac{d}{db} \frac{1}{r} + \gamma \frac{d}{dc} \frac{1}{r} \right) dS,$$

dove dS è l'elemento di volume circostante al punto qualunque (a, b, c) del corpo, α, ϵ, γ sono tre funzioni di a, b, c che rappresentano le componenti secondo i tre assi del momento magnetico μ (riferito all'unità di volume) e finalmente r è la distanza dell'elemento dS dal punto potenziato (x, y, z) , cioè

$$r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}.$$

Quando una delle dimensioni del corpo è estremamente piccola rispetto alle altre due, cioè quando il corpo stesso si riduce ad uno strato di piccolissimo spessore, si può, senza error sensibile rispetto ai punti potenziati esterni, considerare unicamente una superficie *mediana* dello strato, che diremo σ , e porre

$$(1) \quad V = \int \left(\alpha \frac{d}{da} \frac{1}{r} + \varepsilon \frac{d}{db} \frac{1}{r} + \gamma \frac{d}{dc} \frac{1}{r} \right) d\sigma,$$

dove $d\sigma$ è l'elemento di superficie circostante al punto (a, b, c) e dove le tre funzioni $\alpha, \varepsilon, \gamma$, nelle quali è compenetrato, come fattore, lo spessore costante o variabile dello strato, dipendono da due sole variabili indipendenti e rappresentano le componenti del momento magnetico riferito all'unità di superficie. La superficie σ può essere aperta o chiusa: nel primo caso designeremo con s la linea rientrante che ne forma il contorno.

Di tali strati magnetici sono stati finora considerati quasi esclusivamente quelli nei quali la magnetizzazione è *trasversale*, cioè nei quali l'asse magnetico è in ogni punto diretto *normalmente* alla superficie σ . Per questi strati, designando con n la normale alla superficie σ (diretta in un senso convenuto) e con μ il momento magnetico (positivo o negativo secondo che l'asse magnetico ha la direzione n o la direzione opposta), si ha

$$(1)_a \quad \alpha = \mu \frac{da}{dn}, \quad \varepsilon = \mu \frac{db}{dn}, \quad \gamma = \mu \frac{dc}{dn}$$

e l'espressione (1) prende la ben nota forma

$$(1)_b \quad V = \int \mu \frac{d}{dn} \frac{1}{r} d\sigma.$$

Il più notevole caso particolare di magnetizzazione normale è quello che risulta dall'ipotesi $\mu = \text{cost.}$ Il valore di V (o più esattamente delle derivate di V) non dipende allora che dal valore di μ e dalla linea di contorno s e coincide col potenziale elettromagnetico della corrente d'intensità μ , circolante lungo la linea s . Le derivate di V sono, in questo caso particolare, esprimibili per mezzo di integrali presi lungo il contorno (senza che esista un'analogia espressione generale per V).

Accanto agli strati magnetizzati *normalmente* è naturale di considerare quelli magnetizzati *tangenzialmente*, cioè quelli per i quali, invece delle relazioni (1)_a, sussiste in ogni punto della superficie l'unica relazione

$$(2) \quad \alpha \frac{da}{dn} + \epsilon \frac{db}{dn} + \gamma \frac{dc}{dn} = 0.$$

Di tali strati magnetici, che sembrano essere stati poco studiati, è fatta menzione da Thomson (*Reprint*, §§ 520-523) il quale li introduce con una considerazione indiretta ed in modo da dar luogo a qualche osservazione. Non è quindi del tutto inopportuno trattare brevemente di questo argomento, e in generale delle distribuzioni magnetiche a due dimensioni.

Ritenuto che la relazione (2) sia soddisfatta in ogni punto di σ , designiamo con ξ , η , ζ tre quantità ausiliari, variabili da un punto ad un altro della superficie, e soggette alla sola condizione di soddisfare in ogni punto di questa alla relazione

$$(2)_a \quad \alpha \xi + \epsilon \eta + \gamma \zeta = 0.$$

In virtù delle due relazioni (2), (2)_a si può porre

$$(2)_b \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = \zeta \frac{db}{dn} - \eta \frac{dc}{dn}, \\ \epsilon = \xi \frac{dc}{dn} - \zeta \frac{da}{dn}, \\ \gamma = \eta \frac{da}{dn} - \xi \frac{db}{dn}. \end{array} \right.$$

Reciprocamente, qualunque sieno le tre quantità ξ , η , ζ , questi valori di α , ϵ , γ soddisfanno sempre alla condizione (2) della magnetizzazione tangenziale.

Le tre quantità ξ , η , ζ , in quanto servono ad esprimere mediante le formole (2)_b le tre componenti α , ϵ , γ del momento magnetico dello strato, non hanno bisogno d'essere definite che per i punti della superficie σ . Ma si può anche concepire che esse esistano in tutto uno spazio a tre dimensioni contenente la superficie stessa, vale a dire che esse si possono considerare come funzioni delle tre coordinate a , b , c dei punti di questo spazio, ed è appunto questo l'aspetto sotto cui giova riguardarle.

Ciò premesso ricordiamo il noto ed importante teorema contenuto nell'equazione

$$\int \left\{ \left(\frac{dZ}{db} - \frac{dY}{dc} \right) \frac{da}{dn} + \left(\frac{dX}{dc} - \frac{dZ}{da} \right) \frac{db}{dn} + \left(\frac{dY}{da} - \frac{dX}{db} \right) \frac{dc}{dn} \right\} d\sigma \\ - \int (X da + Y db + Z dc),$$

dove l'integrale del primo membro è esteso alla superficie σ e quello del secondo al contorno s , percorso in senso positivo rapporto alla normale n . Quest'equazione suppone che le tre quantità X, Y, Z sieno funzioni monodrome, continue e finite di a, b, c , dotate di derivate prime nei punti della superficie σ e nell'immediata prossimità di questa superficie e del suo contorno. Designando con U una funzione dotata di questi stessi caratteri che supporremo pure comuni alle ξ, η, ζ , o ponendo

$$X = U \xi, \quad Y = U \eta, \quad Z = U \zeta,$$

il precedente teorema, avuto riguardo alle equazioni (2)_b dà

$$(3) \quad \int \left(\frac{dU}{da} \alpha + \frac{dU}{db} \beta + \frac{dU}{dc} \gamma \right) d\sigma = - \int U h d\sigma - \int U g ds$$

dove si è posto per brevità,

$$(3)_a \quad \begin{cases} h = \left(\frac{d\eta}{dc} - \frac{d\zeta}{db} \right) \frac{da}{dn} + \left(\frac{d\zeta}{da} - \frac{d\xi}{dc} \right) \frac{db}{dn} + \left(\frac{d\xi}{db} - \frac{d\eta}{da} \right) \frac{dc}{dn}, \\ g = \xi \frac{da}{ds} + \eta \frac{db}{ds} + \zeta \frac{dc}{ds}. \end{cases}$$

Dalla relazione generale (3), il cui primo membro, se U fosse la funzione potenziale di corpi magnetici esterni, rappresenterebbe il potenziale di questi corpi sullo strato che si considera, si ricavano molti corollarii importanti.

In primo luogo, ponendo

$$U = \frac{1}{r},$$

il che suppone che il punto (x, y, z) sia a distanza finita dalla superficie σ , come ammetteremo, si ottiene (1)

$$(4) \quad V = - \int \frac{h d\sigma}{r} - \int \frac{g ds}{r},$$

donde si conclude che l'azione esterna d'uno strato magnetico a magnetizzazione tangenziale può essere sostituita da quella di due distribuzioni ordinarie, l'una di superficie, con densità $-h$, l'altra di contorno, con densità $-g$.

In secondo luogo, ponendo

$$U = 1,$$

si ottiene

$$(4)_a \quad \int h d\sigma + \int g ds = 0,$$

donde si conclude che la somma algebrica della massa delle due distribuzioni ordinarie testè menzionate è nulla.

In terzo luogo, ponendo successivamente

$$U = a, \quad = b, \quad = c,$$

si ottengono le equazioni

$$(4)_b \quad \left\{ \begin{array}{l} - \int a h d\sigma - \int a g ds = \int \alpha d\sigma, \\ - \int b h d\sigma - \int b g ds = \int \beta d\sigma, \\ - \int c h d\sigma - \int c g ds = \int \gamma d\sigma, \end{array} \right.$$

le quali insegnano che le somme algebriche dei momenti componenti delle due distribuzioni ordinarie anzidette sono eguali agli omologhi momenti componenti totali dello strato magnetico.

Così continuando e ponendo, per esempio,

$$\begin{aligned} U &= b^2 + c^2, & &= c^2 + a^2, & &= a^2 + b^2, \\ &= bc, & &= ca, & &= ab, \end{aligned}$$

si otterrebbero analoghi teoremi circa i momenti d'inerzia delle due distribuzioni; ec.

Osserviamo che designando con ν la normale interna al contorno s , diretta tangenzialmente alla superficie σ , le tre direzioni s , ν , n si trovano, per ogni punto del contorno, disposte

nello stesso modo di quelle dei tre assi positivi delle x, y, z . Da ciò risulta che, in virtù delle equazioni (2)_b si ha

$$\alpha \frac{da}{dv} + \epsilon \frac{db}{dv} + \gamma \frac{dc}{dv} = \xi \frac{da}{ds} + \eta \frac{db}{ds} + \zeta \frac{dc}{ds},$$

talchè alla seconda delle equazioni (3)_a si può sostituire la

$$(3)_b \quad g = \alpha \frac{da}{dv} + \epsilon \frac{db}{dv} + \gamma \frac{dc}{dv},$$

che mostra essere la densità della distribuzione lineare eguale, in ogni punto del contorno, alla componente del momento magnetico secondo la normale esterna del contorno stesso. Ne segue che, quando lo strato magnetico non è chiuso, la condizione necessaria e sufficiente perchè manchi la distribuzione lineare è che il contorno sia una *linea di magnetizzazione*, cioè una linea tangente in ogni suo punto all'asse magnetico del punto stesso.

Quando lo strato magnetico è chiuso, da un altro notissimo teorema si ha

$$(5) \quad \int \left(A \frac{d \frac{1}{r}}{da} + B \frac{d \frac{1}{r}}{db} + C \frac{d \frac{1}{r}}{dc} \right) dS = - \int \frac{h d\sigma}{r},$$

dove

$$(5)_a \quad A = \frac{d\eta}{dc} - \frac{d\zeta}{db}, \quad B = \frac{d\zeta}{da} - \frac{d\xi}{dc}, \quad C = \frac{d\xi}{db} - \frac{d\eta}{da},$$

eperò (4), (1) sussiste l'eguaglianza seguente

$$(5)_b \quad \int \left(A \frac{d \frac{1}{r}}{da} + B \frac{d \frac{1}{r}}{db} + C \frac{d \frac{1}{r}}{dc} \right) dS = \int \left(\alpha \frac{d \frac{1}{r}}{da} + \epsilon \frac{d \frac{1}{r}}{db} + \gamma \frac{d \frac{1}{r}}{dc} \right) d\sigma.$$

Le quantità A, B, C sono i momenti componenti d'una distribuzione solenoidale di magnetismo nello spazio S , distribuzione che è del resto assolutamente generale, se le funzioni ξ, η, ζ si considerano come arbitrarie. Dall'eguaglianza (5)_b risulta dunque che ogni distribuzione magnetica *solenoidale* a tre dimensioni può essere sostituita da una distribuzione magnetica *tangenziale* sulla superficie limite. Quest'ultima distribuzione magne-

tica, equivalente per tutti i punti dello spazio alla data solenoidale, non è determinata, anzi è suscettibile di una grandissima varietà. Infatti la funzione potenziale della data distribuzione solenoidale dipende unicamente, in virtù dell'equazione (5), dai valori che prende sulla superficie limite la componente normale del momento magnetico, cioè la quantità

$$h = A \frac{da}{dn} + B \frac{db}{dn} + C \frac{dc}{dn};$$

quindi le tre funzioni ξ, η, ζ , che determinano (2)_b lo strato magnetico equivalente, non sono soggette ad altra condizione che a quella di soddisfare alla prima equazione (3) nei punti della superficie σ , punti nei quali il valore di h è prescritto dalla precedente equazione.

È questo il teorema dato da Thomson. Se non che poscia (§ 523) l'illustre Autore, formulando questo teorema coll'eguaglianza

$$(6) \quad - \int \frac{h d\sigma}{r} = \int \left(\alpha \frac{d \frac{1}{r}}{da} + \epsilon \frac{d \frac{1}{r}}{db} + \gamma \frac{d \frac{1}{r}}{dc} \right) d\sigma.$$

gli attribuisce un'estensione che non è interamente esatta. Pre-scindendo, cioè, dalla considerazione d'ogni distribuzione solenoidale a tre dimensioni, anzi da ogni concetto di magnetismo, egli riguarda h come una quantità data ad arbitrio in ogni punto della superficie σ , chiusa od *aperta*, sotto la sola condizione

$$(6)_a \quad \int h d\sigma = 0,$$

ed afferma che l'eguaglianza (6) sussiste ogniquale volta le quantità α, ϵ, γ sieno formate, giusta le formule (2)_b con tre funzioni ξ, η, ζ vincolate *unicamente* da una condizione di superficie, cioè dalla prima delle equazioni (3).

Ciò è conforme al vero fintantochè la superficie σ è chiusa, poichè allora l'equazione (4)_a si riduce per l'appunto alla (6)_a e la (4) alla (6). Ma se la superficie σ è aperta, la condizione (6)_a prescritta da Thomson, trae bensì con sè (4)_a l'altra

$$\int g ds = 0,$$

ma questa non è sufficiente a ridurre l'equazione (4) alla (6). Perchè la proposizione di Thomson sia esatta bisogna allora che le tre funzioni ξ, η, ζ , oltre che ad un'equazione di superficie, cioè alla prima equazione (3) dove h è soggetta alla condizione (6), soddisfacciano eziandio ad un'equazione di contorno, cioè alla

$$g = \xi \frac{da}{ds} + \eta \frac{db}{ds} + \zeta \frac{dc}{ds} = 0.$$

Abbiamo creduto opportuno di fare questa rettificazione, specialmente perchè Thomson considera la proposizione testè discussa come « *a remarkable theorem* ».

L'equazione (4) porge una trasformazione della funzione potenziale (1) d'uno strato, magnetizzato tangenzialmente, che presenta qualche analogia colla cosiddetta trasformazione di Poisson per la funzione potenziale d'un corpo magnetico a tre dimensioni (trasformazione di cui l'equazione (5) è un caso particolare). L'analogia in discorso non è tuttavia completa, poichè la densità h della distribuzione ordinaria di superficie dipende direttamente non già dalle componenti α, β, γ del momento magnetico, ma dalle funzioni ausiliari ξ, η, ζ . Mostriamo perciò qual sia il procedimento analitico che fa veramente riscontro alla trasformazione di Poisson.

Ritorniamo per tal uopo a considerare l'espressione

$$(7) \quad W = \int \left(\frac{dU}{da} \alpha + \frac{dU}{db} \beta + \frac{dU}{dc} \gamma \right) d\sigma,$$

che per $U = \frac{1}{r}$ si riduce alla (1) e di cui abbiamo già ricordato il significato meccanico. Supponiamo che i punti della superficie σ sieno riferiti ad un sistema di coordinate curvilinee u e v , scelte in modo del tutto arbitrario, ed usiamo le notissime segnature relative a queste coordinate. In una nota del 1880 *Intorno ad alcuni nuovi teoremi di C. Neumann sulle funzioni potenziali* (Annali di Matematica, t. X) abbiamo già stabilito alcune formole generali, che permettono di trasformare opportunamente la precedente espressione W . Dal confronto delle formole (3), e (4), di quella nota risulta infatti senz'altro

$$\int \frac{dU}{da} \alpha d\sigma = - \int \left\{ \frac{d(\alpha M_a)}{du} + \frac{d(\alpha N_a)}{dv} \right\} \frac{U d\sigma}{H} \\ + \int \alpha \frac{da}{dn} \frac{dU}{dn} d\sigma - \int \alpha \frac{da}{dv} U ds, \text{ ecc.}$$

dove

$$M_\phi = \frac{1}{H} \left(G \frac{d\phi}{du} - F \frac{d\phi}{dv} \right), \quad N_\phi = \frac{1}{H} \left(E \frac{d\phi}{dv} - F \frac{d\phi}{du} \right)$$

Sommando le tre equazioni analoghe alla precedente e ponendo per un momento

$$(7)_a \quad \begin{cases} \mu' = \alpha \frac{da}{du} + \epsilon \frac{db}{du} + \gamma \frac{dc}{du}, \\ \mu'' = \alpha \frac{da}{dv} + \epsilon \frac{db}{dv} + \gamma \frac{dc}{dv}, \\ \mu''' = \alpha \frac{da}{dn} + \epsilon \frac{db}{dn} + \gamma \frac{dc}{dn}; \end{cases}$$

$$(7)_b \quad \begin{cases} h = \frac{1}{H} \left\{ \frac{d}{du} \left(\frac{G\mu' - F\mu''}{H} \right) + \frac{d}{dv} \left(\frac{E\mu'' - F\mu'}{H} \right) \right\}, \\ g = \mu' \frac{du}{dv} + \mu'' \frac{dv}{dn}, \end{cases}$$

si trova

$$(7)_c \quad W = - \int U h d\sigma - \int U g ds + \int \mu''' \frac{dU}{dn} d\sigma.$$

Ora se si indicano con

$$\mu_u \sqrt{E}, \quad \mu_v \sqrt{G}, \quad \mu_n$$

le componenti del momento magnetico μ secondo le direzioni in cui crescono u, v, n , si ha

$$(8) \quad \begin{cases} \alpha = \mu_u \frac{da}{du} + \mu_v \frac{da}{dv} + \mu_n \frac{da}{dn}, \\ \epsilon = \mu_u \frac{db}{du} + \mu_v \frac{db}{dv} + \mu_n \frac{db}{dn}, \\ \gamma = \mu_u \frac{dc}{du} + \mu_v \frac{dc}{dv} + \mu_n \frac{dc}{dn}, \end{cases}$$

cosicchè si può scrivere (7)

$$W = \int \left(\frac{dU}{du} \mu_u + \frac{dU}{dv} \mu_v + \frac{dU}{dn} \mu_n \right) d\sigma$$

e si ottiene (7)_a

$$\mu' = E\mu_u + F\mu_v, \quad \mu'' = F\mu_u + G\mu_v, \quad \mu''' = \mu_n$$

donde

$$G\mu' - F\mu'' = H^3 \mu_u, \quad E\mu'' - F\mu' = H^3 \mu_v.$$

Ne risulta che i valori (7)_b di h e g si possono scrivere definitivamente così:

$$(8)_a \quad \begin{cases} h = \frac{1}{H} \left\{ \frac{d(H\mu_u)}{du} + \frac{d(H\mu_v)}{dv} \right\}, \\ g = (E\mu_u + F\mu_v) \frac{du}{dv} + (F\mu_u + G\mu_v) \frac{dv}{dv}, \end{cases}$$

e che la funzione potenziale (1) di uno strato magnetico *qualunque* può essere rappresentata dalla formola

$$(8)_b \quad V = - \int \frac{h d\sigma}{r} - \int \frac{g ds}{r} + \int \mu_n \frac{d}{dn} \frac{1}{r} d\sigma.$$

Quando la magnetizzazione è *normale*, si ha

$$\mu_u = \mu_v = 0, \quad \mu_n = \mu, \quad h = g = 0$$

e l'espressione (8)_b si riduce alla già nota (1)_b

Quando invece la magnetizzazione è *tangenziale* si ha

$$\mu_n = 0$$

e la stessa (8)_b diventa

$$(8)_c \quad V = - \int \frac{h d\sigma}{r} - \int \frac{g ds}{r},$$

cioè coincide coll'espressione (4), se non che le quantità h, g hanno ora i valori (8)_a formati direttamente colle componenti μ_u, μ_v della magnetizzazione tangenziale (il secondo dei quali valori è identico al (3)_b dell'altro metodo).

La trasformazione risultante dal confronto delle espressioni (1) (8)_c è quella cui alludevamo, e la sua perfetta corrispondenza con quella di Poisson si riconosce immediatamente, quando si suppone che lo strato sia piano e che si abbia

$$u = a, \quad v = b, \quad \mu_u = \alpha, \quad \mu_v = \varepsilon, \quad \gamma = 0 \\ E = G = H = 1, \quad F = 0,$$

giacchè in tal caso si ottiene

$$V = - \int \left(\frac{d\alpha}{da} + \frac{d\varepsilon}{db} \right) \frac{d\sigma}{r} - \int \left(\alpha \frac{da}{dv} + \varepsilon \frac{db}{dv} \right) \frac{ds}{r}.$$

Ponendo successivamente nell'equazione (7)_a

$$U = 1, \quad -a, \quad -b, \quad -c, \quad \text{ecc.}$$

si ritrovano le relazioni (4)_a, (4)_b, ecc.

Abbiamo ricordato al principio quel caso notevolissimo di magnetizzazione normale in cui l'azione esterna dello strato dipende dal solo contorno. Anche per la magnetizzazione tangenziale può accadere che l'azione esterna sia rappresentabile da una sola distribuzione lineare lungo il contorno. Ciò ha luogo quando la quantità h è nulla in ogni punto di σ . Per rilevare agevolmente il significato di questa condizione, giova supporre che le linee $v = \text{cost.}$, $u = \text{cost.}$ sieno rispettivamente le linee di magnetizzazione e le loro traiettorie ortogonali. In tale ipotesi, supposto che il parametro u cresca nella direzione dell'asse magnetico, si ha

$$F = 0, \quad \mu_u = \frac{\mu}{\sqrt{E}}, \quad \mu_v = 0,$$

epperò

$$h = \frac{1}{\sqrt{EG}} \frac{d(\mu \sqrt{G})}{du}, \quad \text{donde} \quad h d\sigma = \frac{d(\mu \sqrt{G} dv)}{du} du.$$

Ora se si considera la striscia infinitamente sottile compresa fra le due linee di magnetizzazione v e $v + dv$, la larghezza variabile di questa striscia è $\sqrt{G} dv$, epperò il prodotto $\mu \sqrt{G} dv$ è il momento magnetico della striscia nel punto (u, v) , riferito all'unità di lunghezza. Dunque la condizione necessaria e suffi-

ciente perchè manchi la distribuzione di superficie è che il momento magnetico di ciascuna striscia sia *costante*, ossia che la magnetizzazione dello strato, oltre che tangenziale, sia anche *solenoidale*. Del resto ciò risulta pure dalla relazione (4)_a la quale evidentemente ha luogo non solo per l'intera superficie, ma altresì per ogni porzione di essa. Da questa relazione e dalla (3)_b risulta, infatti, che quando $h = 0$ si ha

$$\int \mu_s ds = 0,$$

qualunque sia la linea chiusa s tracciata sulla superficie. Supponiamo che questa linea sia formata di due archi di linee di magnetizzazione riuniti da due archi s_1, s_2 di traiettorie ortogonali: l'equazione precedente si riduce a

$$\int \mu_1 ds_1 = \int \mu_2 ds_2,$$

dove μ_1 e μ_2 sono i momenti lungo s_1 e lungo s_2 , il che equivale a

$$\int \mu ds = \text{Cost.},$$

s essendo un arco qualunque di traiettoria ortogonale compreso fra due date linee di magnetizzazione. Ciò manifesta il carattere solenoidale della distribuzione. Che se poi il contorno è esso stesso una linea di magnetizzazione, si ha anche $g = 0$ e quindi $V = 0$, cioè l'azione dello strato tangenziale e solenoidale diventa nulla in tutto lo spazio. Infatti lo strato diventa in tal caso un solenoide completo.

Insieme colla funzione potenziale (1) importa considerare, come è noto, anche le tre altre funzioni potenziali

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} P &= \int \left(\epsilon \frac{d}{dc} \frac{1}{r} - \gamma \frac{d}{db} \frac{1}{r} \right) d\sigma, \\ Q &= \int \left(\gamma \frac{d}{da} \frac{1}{r} - \alpha \frac{d}{dc} \frac{1}{r} \right) d\sigma, \\ R &= \int \left(\alpha \frac{d}{db} \frac{1}{r} - \epsilon \frac{d}{da} \frac{1}{r} \right) d\sigma. \end{aligned} \right.$$

Queste si possono considerare come particolari della (1), giacchè si ottengono da questa ponendo in luogo delle tre componenti:

$$\alpha, \quad \epsilon, \quad \gamma,$$

rispettivamente le seguenti

$$\begin{aligned} 0, & \quad -\gamma, & \epsilon, \\ \gamma, & \quad 0, & -\alpha, \\ -\epsilon, & \quad \alpha, & 0; \end{aligned}$$

epperò il metodo di trasformazione precedentemente seguito può essere in parte utilizzato anche per queste nuove funzioni. Per es. nel calcolo relativo a P, le quantità μ' , μ'' , μ''' delle formole (7)_a prendono i valori seguenti

$$\begin{aligned} \mu' &= \epsilon \frac{dc}{du} - \gamma \frac{db}{du}, \\ \mu'' &= \epsilon \frac{dv}{dc} - \gamma \frac{db}{dv}, \\ \mu''' &= \epsilon \frac{dc}{dn} - \gamma \frac{db}{dn}, \end{aligned}$$

e son questi i valori che bisogna sostituire nelle formole (7)_b e (7)_c. Ora, ponendo per comodo

$$\frac{1}{2} (E \mu_u^2 + 2 F \mu_u \mu_v + G \mu_v^2) = \Phi,$$

si deduce facilmente dalle precedenti espressioni di μ' , μ'' , μ''' , in virtù delle formole (8),

$$\begin{aligned} \frac{G \mu' - F \mu''}{H} &= - \frac{d\Phi}{d\mu_v} \frac{da}{dn} + \mu_n \frac{da}{dv}, \\ \frac{E \mu'' - F \mu'}{H} &= + \frac{d\Phi}{d\mu_u} \frac{da}{dn} - \mu_n \frac{da}{du}, \\ \mu''' &= \frac{1}{H} \left(\frac{d\Phi}{d\mu_v} \frac{da}{du} - \frac{d\Phi}{d\mu_u} \frac{da}{dv} \right). \end{aligned}$$

Ne risulta che ponendo

$$(9)_a \quad \kappa = \frac{1}{H} \left\{ \frac{d}{dv} \left(\frac{d\Phi}{d\mu_u} \right) - \frac{d}{du} \left(\frac{d\Phi}{d\mu_v} \right) \right\}, \quad \lambda = H \left(\mu_u \frac{dv}{dv} - \mu_v \frac{du}{dv} \right),$$

e designando cogli indici 1, 2, 3 le quantità h, g, μ^m relative alle tre funzioni P, Q, R, si ha (scrivendo anche μ_1, μ_2, μ_3 in luogo di $\mu_1^m, \mu_2^m, \mu_3^m$)

$$(9)_b \left\{ \begin{aligned} h_1 &= x \frac{da}{dn} + \frac{1}{H} \left(\frac{d\mu_n}{du} \frac{da}{dv} - \frac{d\mu_n}{dv} \frac{da}{du} \right) - \frac{d\mu_1}{dn}, \\ h_2 &= x \frac{db}{dn} + \frac{1}{H} \left(\frac{d\mu_n}{du} \frac{db}{dv} - \frac{d\mu_n}{dv} \frac{db}{du} \right) - \frac{d\mu_2}{dn}, \\ h_3 &= x \frac{dc}{dn} + \frac{1}{H} \left(\frac{d\mu_n}{du} \frac{dc}{dv} - \frac{d\mu_n}{dv} \frac{dc}{du} \right) - \frac{d\mu_3}{dn}, \\ g_1 &= \lambda \frac{da}{dn} - \mu_n \frac{da}{ds}, \quad g_2 = \lambda \frac{db}{dn} - \mu_n \frac{db}{ds}, \quad g_3 = \lambda \frac{dc}{dn} - \mu_n \frac{dc}{ds}, \\ \mu_1 &= \frac{1}{H} \left(\frac{d\Phi}{d\mu_v} \frac{da}{du} - \frac{d\Phi}{d\mu_u} \frac{da}{dv} \right), \\ \mu_2 &= \frac{1}{H} \left(\frac{d\Phi}{d\mu_v} \frac{db}{du} - \frac{d\Phi}{d\mu_u} \frac{db}{dv} \right), \\ \mu_3 &= \frac{1}{H} \left(\frac{d\Phi}{d\mu_v} \frac{dc}{du} - \frac{d\Phi}{d\mu_u} \frac{dc}{dv} \right), \end{aligned} \right.$$

Le equazioni analoghe alle (8)_b per le tre funzioni P, Q, R sono quindi le seguenti

$$(9)_c \left\{ \begin{aligned} P &= - \int \frac{h_1 d\sigma}{r} - \int \frac{g_1 ds}{r} + \int \mu_1 \frac{d}{dn} \frac{1}{r} d\sigma, \\ Q &= - \int \frac{h_2 d\sigma}{r} - \int \frac{g_2 ds}{r} + \int \mu_2 \frac{d}{dn} \frac{1}{r} d\sigma, \\ R &= - \int \frac{h_3 d\sigma}{r} - \int \frac{g_3 ds}{r} + \int \mu_3 \frac{d}{dn} \frac{1}{r} d\sigma. \end{aligned} \right.$$

Le derivate di μ_1, μ_2, μ_3 rispetto ad n che entrano nelle espressioni di h_1, h_2, h_3 devono riferirsi alle sole a, b, c esplicitate, considerate come funzioni di u, v, n . Quindi, per es. si deve porre

$$\begin{aligned} \frac{d\mu_1}{dn} &= \frac{1}{H} \left(\frac{d\Phi}{d\mu_v} \frac{d^2 a}{du dn} - \frac{d\Phi}{d\mu_u} \frac{d^2 a}{dv dn} \right) \\ &= \frac{1}{H} \left\{ \frac{d\Phi}{d\mu_v} \frac{d}{du} \left(\frac{da}{dn} \right) - \frac{d\Phi}{d\mu_u} \frac{d}{dv} \left(\frac{da}{dn} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Approfittando di relazioni ben note nella teoria delle superficie si può svolgere in altro modo quest' espressione, e precisamente, introducendo i simboli A, B, C usati in questa teoria e ponendo

$$\frac{1}{2}(A\mu_u^2 + 2B\mu_u\mu_v + C\mu_v^2) = \Psi,$$

si trova

$$\frac{d\mu_1}{dn} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\mu_1 + \frac{1}{H} \left(\frac{d\Psi}{d\mu_v} \frac{da}{du} - \frac{d\Psi}{d\mu_u} \frac{da}{dv}\right),$$

$$\frac{d\mu_2}{dn} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\mu_2 + \frac{1}{H} \left(\frac{d\Psi}{d\mu_v} \frac{db}{du} - \frac{d\Psi}{d\mu_u} \frac{db}{dv}\right),$$

$$\frac{d\mu_3}{dn} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\mu_3 + \frac{1}{H} \left(\frac{d\Psi}{d\mu_v} \frac{dc}{du} - \frac{d\Psi}{d\mu_u} \frac{dc}{dv}\right),$$

dove R_1, R_2 sono i due raggi principali di curvatura.

Mentre nell'espressione (8)_b di V il potenziale di doppio strato svanisce soltanto nell'ipotesi della magnetizzazione tangenziale, nelle espressioni (9)_c di P, Q, R i tre potenziali di doppio strato svaniscono invece soltanto nell'ipotesi della magnetizzazione normale; giacchè, come è facile vedere non può essere $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0$ se non è $\mu_u = \mu_v = 0$. In tal caso si ha

$$\Phi = 0, \quad \kappa = 0, \quad \lambda = 0, \quad \mu_n = \mu$$

e le espressioni complete di P, Q, R sono le seguenti:

$$(10) \quad \begin{cases} P = \int_s \frac{\mu da}{r} - \int \frac{1}{H} \left(\frac{d\mu}{du} \frac{da}{dv} - \frac{d\mu}{dv} \frac{da}{du} \right) \frac{d\sigma}{r}, \\ Q = \int_s \frac{\mu db}{r} - \int \frac{1}{H} \left(\frac{d\mu}{du} \frac{db}{dv} - \frac{d\mu}{dv} \frac{db}{du} \right) \frac{d\sigma}{r}, \\ R = \int_s \frac{\mu dc}{r} - \int \frac{1}{H} \left(\frac{d\mu}{du} \frac{dc}{dv} - \frac{d\mu}{dv} \frac{dc}{du} \right) \frac{d\sigma}{r}, \end{cases}$$

i tre integrali di superficie possono essere ridotti a forma più semplice, col porre in essi $d\sigma = H du dv$ e col rammentare la regola di trasformazione degli integrali doppii. Questa forma è la seguente

$$(10)_a \quad \begin{cases} P = \int_s \frac{\mu da}{r} - \int d\mu \int \frac{da}{r}, \\ Q = \int_s \frac{\mu db}{r} - \int d\mu \int \frac{db}{r}, \\ R = \int_s \frac{\mu dc}{r} - \int d\mu \int \frac{dc}{r}, \end{cases}$$

dove è supposto che la superficie σ sia divisa in striscie infinitamente sottili per mezzo delle linee $\mu = \text{cost.}$ e che, dopo aver eseguito ciascuna delle integrazioni

$$\int \frac{da}{r}, \quad \int \frac{db}{r}, \quad \int \frac{dc}{r}$$

per la striscia di parametro μ , si moltiplichino i risultati per $d\mu$ e si integri fra i limiti di questo parametro. Il teorema fondamentale di Ampère rende facilmente ragione di questo procedimento. E questo teorema è, alla sua volta espresso dai risultati che si ottengono supponendo che il momento μ sia costante in ogni punto di σ , nel qual caso si ha semplicemente

$$P = \mu \int_s \frac{da}{r}, \quad Q = \mu \int_s \frac{db}{r}, \quad R = \mu \int_s \frac{dc}{r}.$$

Le formole (10)_a si possono ricavare anche dalla sostituzione diretta dei valori (1)_a nelle espressioni (9) e dalla successiva applicazione a queste espressioni del teorema generale che ci ha fornito, nel caso della magnetizzazione tangenziale, le formole (3) e (4). Si trova in questo modo

$$(10)_b \quad \begin{cases} P = \int_s \frac{\mu da}{r} + \int \left(\frac{d\mu}{db} \frac{dc}{dn} - \frac{d\mu}{dc} \frac{db}{dn} \right) \frac{d\sigma}{r}, \\ Q = \int_s \frac{\mu db}{r} + \int \left(\frac{d\mu}{dc} \frac{da}{dn} - \frac{d\mu}{da} \frac{dc}{dn} \right) \frac{d\sigma}{r}, \\ R = \int_s \frac{\mu dc}{r} + \int \left(\frac{d\mu}{da} \frac{db}{dn} - \frac{d\mu}{db} \frac{da}{dn} \right) \frac{d\sigma}{r}, \end{cases}$$

ed una facile considerazione geometrica permette di convertire i tre integrali di superficie in quelli delle formole (10) oppure (10)_a.



SULL' ENERGIA CINETICA DI UNA MASSA AERIFORME IMMOBILE
E ISOLATA NELLO SPAZIO ; DI P. DONNINI.

Come è notissimo, il prof. Clausius chiuse la prima delle sue celebri memorie sulla natura del movimento calorifico, determinando il rapporto della forza viva del moto di traslazione delle molecole di un gas alla forza viva totale, ossia al calore contenuto nel gas medesimo. Egli dimostrò come detto rapporto dipenda da quello dei calori specifici a pressione ed a volume costante, e ne trasse la conclusione che l'energia cinetica di traslazione delle molecole di una data massa di gas non basta per se sola a rappresentare tutto il calore, di cui quella massa trovasi fornita (*).

Recentemente il prof. A. Ritter (*) e il prof. E. Betti (2), considerando una massa di gas perfetto isolata ed in equilibrio nello spazio, hanno stabilito una relazione fra il numero delle calorie contenute in essa e il potenziale della massa sopra se stessa.

In questa nota io mi propongo pertanto 1° di trovar la relazione che intercede fra l'energia cinetica di traslazione di una tal massa e il predetto suo potenziale, 2° di verificare se la sovraccennata proposizione stabilita da Clausius per una massa omogenea di gas perfetto si estenda ancora al caso contemplato dai professori Betti e Ritter.

Sia quindi una massa aeriforme isolata nello spazio, immobile e sottoposta alle sole forze newtoniane che agiscono tra i suoi elementi. Sotto l'azione di tali forze questa massa prenderà la forma di una sfera composta di strati concentrici ed omoge-

(1) *Abhandlungen über die mechanische wärmetheorie*. Braunschweig 1867, vol. 2 pag. 258.

(2) *Anwendungen der mechanischen wärmetheorie auf kosmol: probleme*, Hannover 1879 pag. 56.

(3) *Sopra l'equilibrio di una massa di gas perfetto isolata nello spazio*. Nuovo Cimento, terza serie, pag. 31.

nei. Sicchè detta ρ la densità uniforme e dr lo spessore di uno qualunque di tali strati, situato alla distanza r dal centro della sfera, il peso del medesimo sarà evidentemente

$$\omega = 4 \pi r^2 dr \cdot \rho.$$

Per ipotesi la massa considerata si conforma in ogni suo punto alle ben note leggi caratteristiche dello stato gassoso: secondo la teoria cinetica, il quadrato medio della velocità molecolare u in un punto qualunque dello strato sarà perciò

$$u^2 = 3 g' \frac{p}{\rho} \quad \text{dove} \quad g' = \frac{M'}{r^2}$$

e p denota la pressione del gas nello strato medesimo, M' la massa della sfera interna ad esso.

L'energia cinetica di traslazione della massa ω , designata con dE , sarà data pertanto dalla formola

$$dE = \frac{1}{2} \frac{\omega}{g'} u^2 = 6 \pi p r^2 dr;$$

quella dell'intera sfera, supposta di raggio R , dall'altra

$$(I) \quad E = 6 \pi \int_0^R p r^2 dr,$$

che è la formola appunto che occorre per istabilire la relazione cercata.

Infatti il potenziale della massa sferica sopra se stessa ha per espressione

$$P = - 4 \pi \int_0^R \frac{dV}{dr} \rho r^2 dr$$

nella quale V designa la funzione potenziale di tutta la massa sopra uno dei suoi punti. Ma l'equilibrio della massa medesima esige che in ogni suo punto rimanga soddisfatta la ben nota equazione

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{dV}{dr};$$

indi

$$P = - 4 \pi \int_0^R \frac{dp}{dr} r^2 dr = 12 \pi \int_0^R p r^2 dr$$

supposta nulla la pressione alla superficie della sfera.

Dal confronto di questa equazione colla (1) si deduce visibilmente

$$E = \frac{1}{2} P$$

ovvero che « l'energia cinetica di traslazione delle molecole di una massa aeriforme immobile nello spazio, isolata e soggetta alla sola azione delle forze newtoniane è uguale alla metà del potenziale della massa sovra se stessa ».

Ora secondo il sopraccennato teorema Ritter-Betti, chiamato Q il numero delle calorie contenute nella massa sferica e designati, secondo il solito, con A e K rispettivamente l'equivalente termico del lavoro e il rapporto dei calori specifici si ha

$$AP = 3(K - 1)Q$$

la combinazione di questa colla relazione precedente dà luogo all'altra

$$(2) \quad \frac{EA}{Q} = \frac{3}{2} (K - 1) :$$

la quale non differisce da quella stabilita da Clausius pel caso di una massa omogenea. Il rapporto dell'energia cinetica di traslazione alla intera energia o al calor totale rimane dunque invariato nella massa sferica.

Per $p = \text{cost.}$, ossia pel caso di una sfera omogenea, poichè il potenziale della massa M è dato allora da

$$P_c = \frac{3}{5} \frac{M^2}{R}$$

si ha manifestamente

$$E = \frac{3}{10} \frac{M^2}{R} \quad , \quad Q = \frac{A}{5(K-1)} \frac{M^2}{R}$$

e la (2) si converte, come deve, in una identità.

SULLA LUNGHEZZA DI UNA O PIÙ SCINTILLE ELETTRICHE DI UN CONDENSATORE E SULLE MODIFICAZIONI CHE ESSE SUBISCONO PER EFFETTO DELLE VARIE RESISTENZE INTRODOTTE NEL CIRCUITO DI SCARICA; VII^a. MEMORIA DEL PROF. EMILIO VILLARI (1).

PARTI SECONDA.

Effetto delle resistenze interposte nel circuito della scarica.

Le dimensioni delle scintille variano assai diversamente quando nel circuito s'interpongono delle resistenze che la scarica deve superare; e siccome tali modificazioni variano a seconda che s'interponga una resistenza *idioelettrica*, formata cioè da un coibente, od una resistenza *anelettrica*, ossia fatta da un conduttore, così tratterò separatamente questi due casi.

§ 1. Effetti delle resistenze idioelettriche.

La grossezza *somma* dello strato di aria percorso dalle due scintille varia assai sensibilmente se alla scarica si faccia eseguire un nuovo lavoro, col fare da una delle due scintille perforare un coibente, quale il vetro, la mica, la carta ec. più o meno grossi e resistenti. E per investigare tali variazioni adoperei l'apparato già descritto: nel quale i fili dello spinterometro erano costantemente a 5^{mm} di distanza, e fra essi interponevo i vari coibenti appoggiati ad una cornice di ebanite. La batteria era di 8 bottiglie caricata sempre con 26 unità, che scaricavo nel modo consueto, mentre prendevo la fotografia della scintilla eccitatrice che si produceva. Qui di seguito sono riportate le misure delle lunghezze di esse scintille ottenute con resistenze diverse:

(1) *Continuazione e fine*, vedi pag. 140.

TABELLA XI.

Nome delle lastre fotografiche	N.º fogli di carta interposti N	Lunghezza eccitatrice L	Medie di L L ₁
I	0	32,2 37,5 38,4 40,0 40,8 40,8 40,9 38,8	38,6
VII	2	36,0 28,5 30,3 27,6 27,8 25,2 33,2	29,8
VI	5	25,1 23,0 22,4 23,9 21,9 22,1	23,1
II	10	18,6 18,7 19,1 18,0 16,8 16,0	17,9
III	20	15,0 14,1 13,0 14,5 15,0 14,2	14,3
IV	30	8,0 7,1 7,7 8,0 9,0 10,0	8,3
V	40	2,0 3,2 2,0 1,9 2,0 3,2	2,9

Tutti i numeri precedenti, assai concordi fra loro, mostrano chiaro che col crescere della resistenza interposta nella scintilla congiuntiva, la lunghezza della eccitatrice rapidamente decresce. Così da 38^{mm},6 che essa era senza carta interposta nel circuito, si riduce man mano a sole 2^{mm},9 quando la scarica ne perfora 40 fogli. La forma generale di tali eccitatrici non sembra variata; tuttavia pare diventino alquanto più sottili col crescere dei fogli di carta perforati: però misure esatte non furono eseguite.

Risultati analoghi ottenni adoperando cartoncini invece di carta, come può rilevarsi dai valori medi seguenti:

TABELLA XII.

Lunghezza congiuntiva	N.° Cartoncini interposti N	Lunghezza eccitatrice L
0	0	32,3
5 ^{mm}	0	38,1
»	1	27,3
»	2	24,5
»	4	23,4
»	8	20,1

Finalmente sperimentai nella medesima maniera col vetro e colla mica. Quello fu perforato in una sola esperienza; e nelle altre la scintilla vi strisciò sulla superficie lasciandovi una traccia assai distinta e come di vetro stato smerigliato; la mica invece fu perforata in ogni esperienza. Le misure di lunghezza dell'eccitatrice prese con la fotografia dettero i seguenti risultati:

TABELLA XIII.

Sostanze adoperate	Lunghezza eccitatrice	Media
Vetro non perforato	5,9	
» » »	7,2	
» perforato	6,5	
» non perforato	7,8	
» » »	7,3	
Mica perforata	16,1	
» »	15,0	
» »	10,1	
» »	10,0	
Nessuna sostanza interposta. }	38,8	} 39,8
	38,0	
	40,0	

Il vetro e la mica adunque interposti nel circuito accorciano sensibilmente la lunghezza dell'eccitatrice, in quanto essi vengono perforati dalla scarica; ed in ciò operano come i fogli di carta. Circa le dimensioni trasversali dell'eccitatrice, esse non parvero punto variate per l'interposizione del vetro e della mica cosicchè queste sostanze operano in modo analogo ad uno strato d'aria interposto fra i fili dello spinterometro; il quale strato con l'aumentare della sua grossezza accorcia semplicemente la eccitatrice senza modificarne, come più sopra si disse, sensibilmente le dimensioni trasversali. Il vetro perciò, la mica e l'aria atmosferica agiscono tutti in modo simile; essi presentano una resistenza, che potremo dire *idioelettrica*, la quale è diversa come vedremo, pei suoi effetti dalla resistenza *anelettrica*; e l'aria non pare conduca la scarica della batteria; ma venga come perforata e rotta in modo simile a quello che accade pel vetro e per la mica; e la elettricità attraverso di queste materie si manifesta in forma di scintilla luminosa.

Calore. — Queste influenze delle resistenze distruttive sulla lunghezza della eccitatrice, debbono di necessità manifestarsi ancora sugli effetti termici di questa; per istudiare i quali io sostituii all'eccitatore descritto, il mio termometro eccitatore più sopra ricordato; ed operando nel modo consueto misuravo le di-

latazioni termometriche al variare delle resistenze *idioelettriche*, interposte nello spinterometro, le cui punte erano a 5^{mm} di distanza fra loro. Qui di seguito sono riportate le medie di 5 misure (per ciascun caso) eseguite con la interposizione della carta, ed altre misure ottenute con la interposizione della mica:

TABELLA XIV.

4 bottiglie, 12 cariche.

N.° fogli di carta	Calore eccitatrice
0	35,6
2	42,7
5	40,8
10	25,3
20	24,8
30	11,1
40	3,1
50	0,0
lastra di mica	6,0
»	7,0
»	13,2
»	6,6
»	6,5

La dilatazione adunque prodotta dall'eccitatrice decresce moltissimo per effetto della mica interposta nel circuito e perforata dalla scarica: e le differenze fra i diversi risultati dipendono dalla non costante grossezza di quella adoperata. La resistenza della carta opera in modo analogo, e con 40 fogli il calore si ridusse quasi a zero; con 50 fogli la scarica non ebbe luogo, perchè la carta non fu perforata. Con pochi fogli di carta la dilatazione termometrica è alquanto superiore a quella ottenuta senza interporne alcuno; il che forse dipende da una diminuzione della scarica interna; ed è certo che essa decresce assai sensibilmente per la interposizione nel circuito di molti fogli di carta.

Dal che segue, che quando alla scarica di una batteria si faccia perforare un coibente (*resistenza idioelettrica*), la scintilla eccitatrice s'accorcia in ragione del lavoro eseguito dalla scarica,

ed il calore svolto da essa scintilla decresce in proporzione. Od ancora può dirsi, che il lavoro maggiore eseguito dalla scarica nel perforare un coibente viene compensato da una diminuzione di lavoro, dovuta all'accorciarsi della scintilla eccitatrice concomitante, ossia all'accorciarsi del foro fatto dalla scarica nell'aria.

Deviazioni galvanometriche. — In queste varie circostanze la quantità di elettricità che costituisce la scarica non deve mutare, come è già noto; ciò non pertanto ho stimato non del tutto inutile eseguire ulteriori ricerche in proposito, sia per accertarmi delle buone condizioni delle esperienze eseguite da me, sia in riguardo delle scariche interne, sia anche perchè potevo disporre d'un galvanometro a specchio, con un filo a doppio involuppo di guttaperca, con rocchetti di ebanite e perciò perfettamente isolato. E per dare un'idea dell'isolamento di esso, dirò che dopo che la scarica aveva attraversato il galvanometro, i fili che lo congiungevano alla batteria serbavano così bene la carica da dare delle piccole scintille, anche trascorsi alcuni secondi dall'esperienza. Con questo apparecchio adunque, che sostituii allo eccitatore (1), misurai l'elettricità della scarica opponendo, o no, alternamente vari fogli di carta alla scintilla congiuntiva di 5^{mm} che si produceva nello spinterometro. In queste esperienze alterne furono osservate le deviazioni galvanometriche e quindi prese le medie di 5 a 10 misure assai concordanti fra loro; le quali medie sono qui sotto riportate:

TABELLA XV.

4 bottiglie, 12 cariche.

N.º fogli di carta	Deviazioni galvanometriche	
	con carta	senza carta
30	72,5	70,0
40	72,6	70,9
»	73,3	70,6
medie	72,8	70,5

(1) Il galvanometro dall'un canto era unito al filo dello spinterometro e dall'altro ad un capo dell'interruttore. Caricata la batteria si chiudeva con l'interruttore il circuito, e la corrente passava allora attraverso il galvanometro e lo spinterometro.

Rilevasi da questi dati che le deviazioni galvanometriche sono quasi affatto indipendenti dalla resistenza della carta; e la lievissima differenza in più, notato nel caso della carta interposta, può forse attribuirsi ad un rallentamento della scarica e perciò ad una più regolare deviazione e ad una diminuzione di dispersione elettrica.

Con l'interposizione nel circuito d'una colonna di soluzione di solfato rameico le deviazioni galvanometriche furono in media $70^{\text{mm}},9$: e tolta detta soluzione il galvanometro dev'è di $71^{\text{mm}},3$; il che dimostra che codeste deviazioni sono indipendenti dalla resistenza conduttiva del circuito.

E da ultimo, le deviazioni risultano ancora indipendenti dalla produzione nel circuito di una scintilla congiuntiva lunga od anche brevissima.

§ 2. *Effetti delle resistenze anelettriche sulle scintille.*

Gli effetti dovuti alle resistenze *anelettiche* (metalliche od elettrolitiche) introdotte nel circuito sono essenzialmente diversi da quelli delle resistenze *idioelettriche*. Quando è grande codesta resistenza *anelettica*, la scintilla eccitatrice è accompagnata da piccolo scoppio, e la sua immagine fotografica mostrasi involta da piccolissime ed assai regolari aureole. Se detta resistenza aumenta, la scarica dura vari secondi e la scintilla ha pochissima luce. Ho eseguito le mie esperienze adoperando per resistenza una colonna di soluzione satura ed acida di solfato di rame, di circa 1^{cm} di diametro, della quale introducevo diverse lunghezze nel circuito invece dello spinterometro, e prendevo al solito le fotografie della scintilla eccitatrice in grandezza eguale al vero. Quindi le immagini, per mezzo della lanterna di Duboscq, erano proiettate sopra un diaframma ed ingrandite 8 o 10 volte, e poi erano misurati i diametri di tali immagini nel mezzo ed agli estremi di esse. Le medie di dette misure, assai concordi fra loro, ricavate da quattro immagini per ciascun caso sono riportate qui sotto:

TABELLA XVI.

Resistenza R	Diametro		Prodotti $\frac{R D_1^2}{100}$
	Nucleo D	Aureola D ₁	
0	32,8	148,8	—
1	34,9	62,4	39
2	31,0	50,7	51
4	23,9	42,5	72
8	18,4	32,3	81
16	13,4	25,6	105
32	7,6	18,7	109
64	3,7	12,3	96
128	1,9	8,2	87
256	2,2(?)	5,4	55
medie			77

Questa tabella mostra che tanto il diametro del nucleo quanto quello totale della scintilla vanno assai rapidamente decrescendo col crescere della resistenza elettrolitica. Nell'ultima colonna sono indicati i prodotti delle resistenze pel quadrato del diametro della scintilla totale, che ho divisi per 100, per semplificarli. Si vede che essi crescono nel rapporto circa di 1 a 2,8 per un aumento di resistenza da 1 a 32: quindi lentamente declinano fin quasi a uguagliare il primo prodotto per una resistenza del valore di 256. Così che può dirsi che per una variazione di resistenza compresa fra 1 e 256 l'accennato prodotto, passando per un piccolo massimo, variò, nel rapporto di 1 a 1,15. Tali risultati, sebbene non possan dirsi rigorosi, pure mostrano esservi una relazione fra la resistenza dell'arco e la sezione dell'eccitatrice.

Per ciò che riguarda le lunghezze di tali scintille già si disse che esse un poco forse aumentano col crescere delle resistenze interposte nell'arco scaricatore.

Ma col crescere della resistenza congiuntiva del circuito si accresce il tempo della scarica; e la stessa massa elettrica dovendo produrre una scintilla di maggior durata, la genera più sottile. Per lo che può ritenersi come non molto lontano dal vero che la massa d'aria od il numero delle sue particelle impe-

gnate nel fenomeno della scintilla, a scarica compiuta non sia molto diverso, come per avventura potrebbe sembrare, pel variare della resistenza *anelettrica* del circuito e quindi per l'assottigliarsi della scintilla.

E ritornando all'idea più sopra accennata che l'aria sia da considerarsi come una resistenza *idioelettrica* che la scarica perfora, potremo anche dire che il diametro del foro dipende, fra le altre cose, dall'intensità della corrente di scarica.

L'assottigliarsi della scintilla inoltre è accompagnato da una diminuzione della sua efficacia termica come risulta da alcune poche misure eseguite in proposito e riportate in una mia Nota anticipata. Mi affretto bensì ad aggiungere che questo soggetto ha bisogno d'ulteriori studi, i quali mi propongo eseguire fra poco.

Gas rarefatti. — La grande differenza nel modo di operare delle due specie di resistenze mi fece supporre esservi delle sostanze che partecipassero delle proprietà di entrambi; perciò esaminai varie sostanze e fra le altre sperimentai sui gas rarefatti di cinque tubi di Geisler somministratimi dal Ruhmkorff, i quali interponevo in vario numero, come resistenze, nel circuito. Quindi prendevo, come di consueto, la fotografia della eccitatrice prodotta da una scarica di 26 unità impartite ad 8 bottiglie. Le lunghezze di tali scintille sono in millimetri riportate nel seguente specchietto:

TABELLA XVII.

Nome delle lastre	N.° tubi messi in circuito	Lunghezza eccitatrice L	Medie di L
I	nessun tubo	32,0 31,1 32,7 32,0 30,2	32,3
I bis		29,8 32,7 36,5 32,9 32,0	
II	1 tubo	32,7 32,1 33,0 32,9 32,0	32,5
III	3 tubi	26,0 28,0 25,9 25,1 24,0	
IV	5 tubi	23,5 21,0 23,2 22,0 20,0	

Da questi numeri si raccoglie che col crescere dei tubi intercalati nel circuito la eccitatrice s'accorcia: e perciò essi operano come resistenze *idioelettriche*, vetro, mica, aria ec.

Nello stesso tempo le scintille sensibilmente s'assottigliavano per effetto dei medesimi tubi interposti; ed avendo col solito metodo della lanterna preso anche le misure del diametro delle eccitatrici ingrandite 8 o 10 volte, ottenni i risultati medi seguenti, relativi a tre misure per ciascuna immagine:

TABELLA XVIII.

N.° tubi interposti	Diametri eccitatrici D	Medie di D	N.° tubi interposti	Diametri eccitatrici D	Medie di D
nessun tubo	79,9 90,9 85,0 84,0 92,5	86,3	3 tubi	26,5 29,8 29,9 33,4 30,8	30,0
1 tubo	39,4 38,9 34,7 41,2 40,8		5 tubi	26,6 25,0 25,6 26,0 28,6	

I numeri relativi alla scintilla ottenuta senza resistenza non sono concordanti fra loro, per la grande irregolarità dell'aureola involupante. Le misure successive sono assai più concordi ed esatte, per la quasi totale distruzione dell'aureola e per la grande regolarità di quel poco che ne rimaneva. Dette misure poi mostrano che il diametro delle scintille decresce col crescere dei tubi di Geisler interposti nel circuito. E perciò questi tubi operano ancora come una resistenza *anelettrica* (').

Laonde i gas rarefatti, può dirsi, agiscono in un modo complesso; e cioè in essi si riscontrano insieme riunite le proprietà delle due specie di resistenze.

Idrogeno. — Questi singolari risultati mi spinsero ad indagare i fenomeni che si manifestano introducendo nel circuito una colonna di idrogeno quale resistenza: e sebbene le ricerche da me fatte in proposito non sieno ancora ultimate, pure indicherò per prendere data, le conclusioni alle quali m'è parso poter pervenire.

Interposi adunque nel circuito un pallone di vetro ripieno di idrogeno secco, nel quale facevo nascere una scintilla congiuntiva di varia lunghezza tra fili di platino, e come al solito foto-

(1) La lunghezza dei tubi adoperati non è indicata nel mio giornale: ma posso asserire che essi furono all'incirca di 60 centimetri ciascuno.

grafavo e poi misuravo la lunghezza dell'eccitatrice. I numeri medi di 5 misure delle eccitatrici prodotte da 9 cariche comunicate a 3 bottiglie sono i seguenti:

TABELLA XIX.

Lunghezza coniuntiva L	Lunghezza eccitatrice L ₁
piccolissima	50,3
2,3	38,2
4,2	30,3
8,7	23,5
16,9	21,4
33,4	18,5
40,4	19,3
49,6	21,2
76,2	7,7

È ben palese che col crescere della congiuntiva nell'idrogeno l'eccitatrice nell'aria s'accorcia, sebbene assai più lentamente che quella non cresca; laonde la loro somma va crescendo col crescere della lunghezza della scintilla nell'idrogeno, per esser questo sensibilmente più conduttore dell'aria: nulladimeno esso opera sempre come una resistenza *idielettrica*.

I diametri delle eccitatrici poi non variano in modo sensibile al variare della colonna di idrogeno interposta: ma non potei eseguir misure in proposito per la non buona riuscita delle fotografie ottenute.

Inoltre mi parve notare, che una lunga colonna d'idrogeno introdotta nel circuito prolunghi la durata della scintilla eccitatrice, come si rileva dai seguenti fatti.

Quando nel circuito trovavasi una colonna di circa 70 cm. di idrogeno, le immagini fotografiche delle scintille eccitatrici che si producevano apparivano come solcate longitudinalmente dall'elettrodo mobile; da sembrare quasi che la scarica, cominciata ad una certa distanza dei due elettrodi, seguitasse durante il movimento di quello mobile, così che questo poteva avanzarsi in mezzo alla scintilla: devo bensì aggiungere che più tardi non riuscii ad ottenere altre consimili immagini.

Poscia feci due serie di misure: in una lascio libero l'elettrodo mobile, così che esso andava fin presso al contatto di quello fisso; ed in una seconda serie, limitai la corsa di quello mobile per mezzo dell'asta in modo che esso non poteva avvicinarsi oltre un dato limite a quello fisso. Interposta una colonna di idrogeno di circa 70 cm. nel circuito, e prese al solito le fotografie delle eccitatrici, che ottenevo nei due modi di sperimentare detti di sopra, ottenni per le loro lunghezze i numeri seguenti:

TABELLA XX.

Lunghezza eccitatrice	
I Caso	II Caso
18,4	4,1
15,3	5,1
16,0	4,9
16,0	6,2
15,9	
medie 16,3	5,1

Vedesi da ciò che ad elettrodo libero, II° caso, la scintilla eccitatrice è in media di 5^{mm},1 e ad elettrodo a corsa limitata, I° caso, essa in media è 16^{mm},3, cioè il triplo. Il che potrebbe interpretarsi supponendo che pel ritardo della scarica, prodotta dal suo passaggio per una lunga colonna d'idrogeno, la scintilla comincia solo quando gli elettrodi abbiano avuto il tempo di avvicinarsi assai sensibilmente. Ad elettrodi a corsa limitata, la scintilla subisce eguale ritardo; ma gli elettrodi rimanendo sempre a maggior distanza fra loro, la scintilla si mostrerebbe più lunga.

Inoltre, sperimentando con una lunga colonna di idrogeno nel circuito, m'accadde di ottenere delle scintille eccitatrici di diversa lunghezza come risulta dai numeri seguenti:

$$\left. \begin{array}{c} 6,0 \\ 6,8 \\ 8,0 \\ 10,0 \\ 6,7 \\ 7,5 \\ 8,5 \end{array} \right\} 7,7$$

Le differenze qui sopra indicate mi parvero essere in relazione col modo più o meno rapido di muovere l'eccitatore solito. Per la qual cosa feci altre esperienze alterne; una volta cioè muovendo la branca dell'eccitatore rapidissimamente, picchian-dola con un bastone d'ebanite; ed un'altra volta invece muovendola più lentamente, così che essa s'abbassava quasi per effetto del solo suo peso. Ed operando in questo modo con 26 cariche ed 8 bottiglie ottenni i dati qui appresso riportati:

TABELLA XXI.

Lunghezza eccitatrice con eccitatore mosso			
Lentamente		Rapidamente	
1	19,6	2,	13,0
3	18,7	4	14,8
5	16,2	6	13,0
7	18,8	8	13,0
9	16,0		
medie 17,9			13,45

Questi numeri mostrano come le eccitatrici sono sensibilmente più lunghe se lentamente si smuove l'eccitatore, che quando lo si smuove rapidamente.

Tutti codesti fatti concordano nel far ritenere, come probabile almeno, che l'idrogeno, a differenza degli altri gas, produca uno speciale aumento nella durata della scintilla o della scarica della bottiglia. Tuttavia ritengo sieno necessarie ancora nuove indagini su questi fenomeni, le quali mi propongo fra poco istituire.

Quadri scintillanti. — Da ultimo dirò che ho anche esaminato gli effetti di un quadro scintillante formato da limatura di zinco attaccata su una lastra di ebanite: ed ho osservato che esso opera presso a poco come i tubi di Geisler. Infatti introducendo prima 6 cm. e poi 10 di detto quadro nel circuito, la scintilla eccitatrice fu di 23,1 e poi di 18 cm. di lunghezza: il diametro suo diminuì sensibilmente e quasi sparì l'aureola, la quale senza l'interposizione del quadro era assai vistosa: inoltre le

frange di scarica, o scarica interna quasi affatto svanirono. Il quadro scintillante opera adunque come resistenza *idioelettrica* non solo, ma ancora come *anelettrica* e codesta ultima proprietà è dovuta assai probabilmente alle piccolissime scintilline che su di esso si formano; le quali, forse pei vapori metallici che l'accompagnano o per altra cagione, operano come conduttori, e perciò rallentano la scarica, diminuiscono le scariche interne ed assottigliano la scintilla eccitatrice. Le quali proprietà forse devono riscontrarsi anche in una sola scintilla congiuntiva purchè brevissima, come già si accennò. Certo è però che su codesti quadri la scintilla, che vi si forma, può acquistare delle lunghezze assai cospicue e di molto superiori alle scintille che si formerebbero liberamente nell'aria in identiche condizioni.

RIASSUNTO.

Chiudo questo scritto riassumendo le cose dette.

Le dimensioni delle scintille eccitatrici dei condensatori variano per moltissime e diverse cagioni. Io ho studiato gli effetti su di esse prodotti, sia da altre scintille che scattano nel circuito, sia da nuove resistenze in esso introdotte.

Quando si scarica un condensatore facendogli produrre una sola scintilla, ovvero due, la lunghezza di quella non è eguale alla somma delle lunghezze di queste, e detta somma non ha un valore sempre costante. Per istudiare come e perchè variano codeste lunghezze ho adoperato un apparecchio formato da una batteria di bottiglie, da uno spinterometro e da un eccitatore terminati in fili di platino di un millimetro di diametro. Essi facevano parte di un solo circuito di resistenza trascurabile, e si riunivano alla batteria nel momento che la si voleva scaricare. L'eccitatore si disponeva avanti una macchina fotografica che riproduceva le immagini della scintilla eccitatrice in grandezza uguale al vero. Le riunioni dei differenti conduttori si facevano a vite o per mezzo di fili amalgamati e mercurio, per evitare ogni scintilla perturbatrice.

Per eseguire le esperienze disponevo lo spinterometro in maniera da fargli produrre una scintilla congiuntiva *L*, di differente lunghezza, che misuravo direttamente sullo spinterometro

istesso. La lunghezza L' della scintilla eccitatrice si modificava pel variare di L ed io misuravo la lunghezza di L' sulle sue immagini ottenute con la fotografia. Da molte e concordi esperienze pervenni alle seguenti principali conclusioni:

1° Quando nel circuito si produce la sola eccitatrice la sua lunghezza è minima.

2° Quando nel circuito oltre l'eccitatrice si produce una congiuntiva brevissima (generalmente frazione di millimetro) la lunghezza somma delle due scintille raggiunge un massimo.

3° Quando nel circuito oltre l'eccitatrice si produce una congiuntiva che non sia brevissima, e che può accrescersi fin quasi al limite della distanza esplosiva, la lunghezza somma delle due scintille è, con grandissima approssimazione, costante, ed è compresa fra i valori minimo e massimo su indicati.

4° Nel periodo precedente della lunghezza somma quasi costante, rilevasi un lieve minimo, quando la congiuntiva e l'eccitatrice abbiano una lunghezza presso a poco eguale fra loro.

5° Questo lieve minimo è naturalmente dovuto all'eccitatrice, che in quelle date circostanze s'accorcia un po' più che lo accrescimento della congiuntiva non esigerebbe.

6° Quando oltre la congiuntiva si produce nel circuito una eccitatrice brevissima la loro somma raggiunge un massimo.

Le quali conclusioni possono per sommi capi riassumersi nello specchio seguente:

1. $L = 0$	$L + L' = 26,^{mm}$ minimo
2. L varia fra 0,1 e 1,5 circa	$L + L' = 39,8$ massimo cost.
3. L circa 2^{mm}	$L + L' = 34,8$
4. L varia da 3 a 30^{mm} circa	$L + L' = 31,3$ media costante
5. L' circa 2,5	$L + L' = 34,5$
6. L' inferiore a 2	$L + L' = 41$, massimo cost.

Laonde in generale si dirà che una piccolissima scintilla che si produca nel circuito di un condensatore ha la singolare proprietà di fare allungare molto una seconda che contemporaneamente abbia luogo nello stesso circuito.

Questa singolare attitudine delle piccole scintille cresce con le cariche dei condensatori; così avendo caricato 4 bottiglie con differenti quantità di elettricità, i rapporti fra le lunghezze delle

scintille eccitatrici a circuito interrotto e continuo furono i seguenti:

				Rapporti
Per	16 unità elettrometriche			53,2; 30,4=1,72
»	12	»	»	44,6; 28,8=1,55
»	5	»	»	17,0; 15,1=1,13

Inoltre questa proprietà delle piccole scintille, per le deboli cariche si riscontra solo in scintille estremamente brevi, 0^{mm},1 circa; e per cariche più energiche la si riscontra in scintille più lunghe, e fino ad 1^{mm},5 circa.

È quasi inutile il dire che tutti codesti valori non hanno nulla di assoluto, ma sono solo relativi alle condizioni delle esperienze da me eseguite.

L'allungamento della scintilla eccitatrice di un condensatore, per effetto di una breve scintilla congiuntiva, è accompagnato da un aumento di energia della scarica esterna e da una sensibile diminuzione nella scarica interna del condensatore medesimo. Infatti, allorchè una bottiglia si scarica attraverso di un circuito con breve interruzione, il calore della scarica interna, determinato col mio termometro leidoelettrico, diminuisce sensibilmente, nel mentre che il calore della scintilla eccitatrice esterna aumenta. E perciò se a codesto aumento di calore si aggiunge anche quello dovuto alla piccolissima scintilla della breve interruzione, si comprende facilmente che l'energia della scarica portata all'esterno si è assai accresciuta.

Inoltre le frange luminose, che si possono studiare soffiando il miscuglio Villarcy sulle bottiglie scaricate di recente, e che costituiscono la scarica interna, sono sensibilmente più basse quando la scarica avviene attraverso un circuito interrotto, che quando avviene attraverso un circuito continuo.

Le resistenze elettrolitiche diminuiscono grandemente le scariche interne, ed in ciò operano in modo analogo alle piccolissime scintille.

Nel caso di due scintille esteriori sufficientemente lunghe, la somma delle loro lunghezze è sensibilmente costante, e perciò la grossezza dello strato di aria perforato è del pari costante. E siccome i diametri delle due scintille non pare che varino

sensibilmente al variare delle loro lunghezze, così la resistenza incontrata dalla scarica od il lavoro da essa eseguito deve essere indipendente da dette lunghezze, e quindi anche la scarica deve rimanere costante.

La *somma* inoltre di queste due scintille sufficientemente lunghe è superiore alla lunghezza della scintilla eccitatrice unica. Il Belli già aveva notato che la lunghezza *somma* di molte scintille di un condensatore è superiore a quella di una scintilla unica. E siccome la scarica interna rimane costante, quando all'esterno si producono una o due scintille sufficientemente lunghe, così può ammettersi come probabile, che la lunghezza *somma* delle due scintille sia maggiore dell'unica eccitatrice, perchè quelle incontrano una resistenza minore che questa. Un tale fenomeno potrebbe forse dipendere dai vapori metallici che accompagnano la scintilla e che s'accrescono col numero delle interruzioni.

Quando nella scintilla congiuntiva di vari millimetri introducevo una resistenza *idioelettrica* tale da rimaner perforata da quella, allora l'eccitatrice complementare si scorciava col crescere di detta resistenza. Così in un caso la scintilla congiuntiva era di 3^{mm} e la eccitatrice di 38^{mm},6 (1); interposti nella prima due fogli di carta e l'eccitatrice si ridusse a 29,8, e quindi col crescere di essi fino a 40 fogli, la si ridusse solo a 2^{mm},9 di lunghezza. Del pari una sottile lastra di vetro e di mica nell'essere perforate ridussero la stessa eccitatrice da 38^{mm},6 a 6^{mm},4 la prima ed a 12,3 la seconda. Le dimensioni trasversali della scintilla eccitatrice non parvero punto modificate dalla interposizione del vetro o della mica; mentre nel caso della carta si mostrano alquanto diminuite.

Le dilatazioni termometriche prodotte dall'eccitatrice decrescono rapidamente col crescere delle resistenze distruttive superate dalla scarica. Così la dilatazione da circa 43^{mm} che era quando la scarica perforava due fogli di carta, discese a 3^{mm} quando ne perforava 40. Con una lastra di mica interposta, la dilatazione si ridusse a circa 6^{mm} soltanto. Tali diminuzioni sono evidentemente dovute allo scorciarsi della scintilla eccitatrice.

(1) Le due scintille scattavano fra gli estremi di fili di platino.

In analoghe circostanze, misurando le correnti di scarica con un galvanometro a specchio, a doppio involuppo di gutta-perca ed a perfetto isolamento, si osservarono deviazioni costanti, sperimentando alternamente con 30 fogli di carta interposti nel circuito o senza. La resistenza adunque del circuito intiero deve anche in queste circostanze essere rimasta indipendente dalle resistenze interposte; per ciò l'aumento di resistenza prodotto dalle carte interposte deve essere stato compensato dallo scorciarsi della scintilla eccitatrice.

Quando nel circuito si introduce una resistenza *anelettrica*, un elettrolito per es., la eccitatrice perde gran parte della sua aureola e si assottiglia grandemente; ed il decrescere della sua sezione, determinata sulle sue immagini fotografiche, pare abbia una certa relazione col crescere della resistenza del circuito e quindi della durata della scarica.

La dilatazione termometrica prodotta dalla scintilla eccitatrice decresce, nel limite delle mie esperienze, col crescere della resistenza conduttiva, e perciò col suo assottigliarsi.

Dalle quali cose si scorge che le resistenze *idioelettriche* modificano la scintilla in un modo assai diverso da quello che fanno le resistenze *anelettriche*. Laonde dalle modificazioni che produce una data resistenza può argomentarsi se appartiene all'una od all'altra specie di resistenze.

L'aria in grossi strati si comporta in modo identico al vetro ed alla mica; nè pare che essa conduca la scarica, ma piuttosto ne venga rotta e perforata, dando luogo alla scintilla che l'attraversa. Quando invece lo strato d'aria sia molto sottile, e per ciò la scintilla assai breve, esso opera anche in parte come farebbe una resistenza *anelettrica*. E ciò oltre che dalle cose precedentemente discorse, viene anche meglio confermato dal modo d'agire dei quadri scintillanti formati di polveri metalliche. Quando s'introducono nel circuito alcuni centimetri di tali quadri, la scintilla eccitatrice non solo s'accorcia, ma s'assottiglia sensibilmente, perdendo gran parte della sua aureola. Inoltre la scarica interna del condensatore decresce fino a ridursi quasi a zero. L'aria adunque in queste condizioni si comporta come una resistenza *idroelettrica* ed *anelettrica*, forse a cagione dei vapori metallici che accompagnano le molte scintilline; poi quali esse

incontrando probabilmente resistenze minori possono avere una lunghezza *somma* maggiore di una sola scintilla.

Questa duplice azione dell'aria scorgesi in più vaste proporzioni nei gas rarefatti dei tubi di Geissler, i quali interposti nel circuito accorciano ed assottigliano grandemente la scintilla eccitatrice del condensatore.

Finalmente aggiungerò che l'idrogeno alla pressione ordinaria, interposto nel circuito, accorcia la eccitatrice, ma assai più lentamente che non faccia una colonna d'aria. Così l'eccitatrice da 38^{mm} si ridusse a circa 8^{mm} quando la congiuntiva nell'idrogeno da 2^{mm} circa si portò a 76^{mm}.

Inoltre una resistenza di idrogeno di 60 o 70^{mm} di lunghezza pare rallenti sensibilmente la scarica. Infatti con una tale colonna interposta nel circuito la eccitatrice che si ottiene è sensibilmente più breve (13^{mm},45) se si muove rapidamente l'eccitatore, in modo da chiudere con celerità il circuito, ed è invece più lunga (17^{mm},9) se si chiude il circuito lasciando cadere la branca mobile dell'eccitatore pel proprio peso e senza forte impulso. Analoghi risultati ottenni da altri esperimenti; tuttavia dichiaro che il fenomeno ha bisogno di essere più ampiamente studiato.



RIVISTA

Comptes Rendus, 1883.

(Premier semestre)

N.° 1. — E. CHEVREUL. *Memoria sulla visione dei colori materiali in moto rotatorio ec.* — È la stessa interessante memoria di cui parlammo a pagina 178 di questo Giornale, e di cui ora, in altre 12 pagine dei *Comptes Rendus*, si continua un sunto che non potremmo qui riportare.

G. VAN DER MENSBRUGGHE. — *L'olio agisce sulla houle o sul brisant?* — La parola francese *houle* significa ciò che noi chiamiamo l'ondulamento o, forse meglio, l'agitazione forte della superficie del mare; e per *brisant* qui convie-

ne intendere, pare a noi, quella parte dell'ondata che si frange sulla riva o sullo scoglio. L'A. intese già nelle sue pubblicazioni a spiegare la influenza, ben nota, dell'olio per calmare l'agitazione del mare. Ora egli rammenta di aver già dimostrato in un lavoro inserito nei rendiconti dell'8 agosto passato dell'Accademia Reale del Belgio, che il vento produce negli strati superficiali del mare un moto orizzontale di traslazione, che prolungato si comunica a strati più profondi e può propagare ondulazioni molto pronunciate; ed ecco perchè si vede talvolta quella agitazione del mare senza spostamento sensibile orizzontale, e che costituisce la *houle*, a molta distanza dal luogo ove soffia il vento. L'A. non crede che l'olio abbia influenza sulla *houle*, fuorchè negli alti fondi e nelle coste, e infine dappertutto dove le onde possono scorrere (*déferler*) le une sull'altre. Quando la superficie del mare, che dapprima calma è coperta da un sottile strato di olio, e poi soggetta al vento, la formazione di grosse onde è resa impossibile dal sottile strato oleoso; ma quando le onde *déferlent* l'A. dimostrò che quel sottile strato cagiona una grande resistenza alla base del *brisant*, ed obbliga la cresta dell'onda ad allungarsi e ad abbattersi senza produrre colpi di mare talvolta tanto terribili. Questa nota è una risposta ad altra nota dell'ammiraglio Bourgeois nei *Comptes rendus* del 4 dicembre passato. La calma che si osserva nelle parti fosforescenti del mare, è, secondo l'A. dovuta a ciò che gli innumerevoli animaletti natanti e fosforescenti fanno ostacolo allo strisciamento dell'onde le une sulle altre.

2. — A. LEDIEU. *Esame della analogia fra gli anelli elettrochimici ed idrodinamici, e le curve $\Delta V = 0$. Miglior modo di discussione nel metodo sperimentale.* — Abbiamo già fatto menzione, nelle precedenti pagine 168, 173, 175, 179, di una controversia scientifica esistente fra l'A. e M. C. Decharme, e la presente nota è una risposta all'ultima nota del Decharme stesso.

3. — E. MERCADIER e VASCHY. — *Osservazioni sulle espressioni delle grandezze elettriche nei sistemi elettrostatici ed elettromagnetici, e sopra le relazioni che se ne deducono.* — Le formule fondamentali.

$$f = k \frac{q q'}{r^2}, \quad f = k' \frac{i i'}{r^2} (2 \cos \theta - 3 \cos \alpha \cos \alpha'), \quad q = it,$$

servono, come è noto, per stabilire quelle espressioni; ma, seguendo il Maxwell, definendo le unità di q , e di i , si vollero sopprimere k e k' , senza sapere se queste due quantità rappresentino o no grandezze fisiche esprimibili in unità di lunghezza di tempo e di massa, e si ebbero così espressioni differenti nei due sistemi elettrostatico ed elettromagnetico. Ora ristabilendo quei coefficienti, e poi prendendo i rapporti delle espressioni delle diverse grandezze elettriche nei due sistemi, elettrostatico ed elettromagnetico, in luogo di ottenere, come si sa, un rapporto della forma $(LT^{-1})^\alpha$, si ottiene

$$(LT^{-1})^\alpha \cdot \left(\frac{k}{k'}\right)^{-\frac{\alpha}{2}}.$$

È evidente che una stessa grandezza fisica, non deve poter esprimersi che in un *sol modo* in funzione delle unità fondamentali, salvo un coefficiente numerico; e perciò i rapporti espressi dalla formula precedente, fra le grandezze fisiche nei due sistemi, devono tutti essere uguali ad un numero, o all'unità. Si dovrà dunque avere $k:k' = (LT^{-1})^\alpha$, salvo un fattore numerico. Così gli Autori enunciano il seguente teorema. « Se si ammette la definizione dell'intensità $q = it$, e se le forze elettrostatiche e le elettromagnetiche sono della stessa natura di quelle considerate in Meccanica e caratterizzate dalle dimensioni LMT^{-2} , « il rapporto fra i coefficienti k e k' rappresenta necessariamente « (salvo un fattore numerico) il quadrato di una velocità ».

Consideriamo ora nel sistema elettrostatico la capacità C di un condensatore, si ha per le dimensioni $C = k^{-1}L$. Se, con la stessa carica, si cangia nel condensatore il dielettrico, è noto che il rapporto $C:C'$ è proporzionale a quello dei poteri induttivi specifici μ e μ' dei due dielettrici, e che quindi si ha $k:k' = \mu:\mu'$. Ma siccome pare che, almeno in molti casi, il potere induttivo specifico di un dielettrico trasparente sia proporzionale al quadrato dell'indice di refrazione, si ha parimente $k:k' = V^2:V_1^2$. Dunque sembra che si debba avere $k = \alpha V^2$, α essendo un numero, e V la velocità della luce nel mezzo. k' sarebbe dunque un numero, indipendente dalle unità fondamentali, e saremmo in diritto di prender quel numero uguale all'unità nella formula di Ampère, per definire la unità di corrente, ed il sistema

elettromagnetico di unità elettriche, sarebbe giustificato *teoricamente*. Però ora converrebbe dimostrare sperimentalmente che le azioni elettrodinamiche e le elettromagnetiche sono indipendenti dalla natura del mezzo; della qual cosa stanno occupandosi gli autori.

H. BECQUEREL. *Fosforografia della regione infrarossa dello spettro solare, e lunghezze d'onda delle principali strie.* — Se in una camera oscura si proietta lo spettro solare, in uno schermo bagnato da una sostanza fosforescente dapprima esposto alla luce, e se poi si intercettano i raggi luminosi, si vede più viva di prima la regione ove caddero i raggi violetti ed ultra violetti, mentre che la fosforescenza è distrutta nella regione rossa ed infrarossa. Questo fenomeno fu in antico scoperto dal padre dell'A. Nel 1847 Fizeau e Foucault scopersero una stria fredda la cui lunghezza d'onda è $0^{\text{mm}},001445$, e in seguito Desains e Langley si occuparono pure di quel fenomeno.

I raggi rossi ed infrarossi agiscono come calore, facendo rendere alla sostanza in breve tempo la stessa somma di luce che essa altrimenti renderebbe in un tempo più lungo ma con minore intensità. Se però la influenza spettrale è stata brevissima, la regione impressionata appar più vivida del fondo, e con strie oscure; e se la impressione fu più prolungata, quella regione appare dopo oscura, con strie lucide. Questa seconda fase del fenomeno è quella che ordinariamente ha luogo, specialmente con la blenda esagonale, con la quale si può avere la immagine continua e negativa dello spettro. Le sostanze fosforescenti di lunga persistenza danno la prima fase con una immagine positiva rimarcabile per molti fini dettagli. L'A. pubblicherà una memoria che conterrà la descrizione delle sue esperienze.

L'A. determinò le lunghezze d'onda, proiettando sulle sostanze fosforescenti lo spettro di un reticolo. Ma siccome nella regione infrarossa del primo spettro cade intieramente la regione ultravioletta e luminosa del secondo spettro del reticolo, l'A. interpose un vetro rosso che non esclude i raggi infrarossi che volle studiare. L'A. presentò una tavola per diverse lunghezze d'onda; ed oltre a ciò, osservò nello spettro infrarosso dei massimi e dei minimi di estinzione proprii delle diverse sostanze fosforescenti, manifestati da diverse sorgenti luminose, ed analoghi

ai massimi e minimi fosforogenici dell'altra estremità dello spettro.

M. CROVA. *Sulla fotometria solare.* — L'A. avverte che per causa di un errore numerico, rimase inesatto il numero che egli diede recentemente per il potere luminoso del sole. Correzioni fatte quel potere gli risultò di 8500 carcel, e così non esiste più la differenza strana fra il suo risultato e quelli ottenuti da Bouguer e da Wollaston.

E. MERCADIER. *Sopra una proprietà generale di un agente la di cui azione è proporzionale al prodotto delle quantità in presenza, ed a una potenza qualunque della distanza.* — È una nota intieramente matematica, nella quale l'A. dimostra che « Se un agente esercita delle azioni proporzionali al « prodotto delle quantità in presenza e ad una potenza n della « distanza, la derivata parziale $(4 + n)$ esima relativa ad una direzione qualunque della funzione di forza, riferita all'unità di « agente in un punto, ha le stesse dimensioni della densità dell' « agente moltiplicata per il coefficiente della legge di azione ».

M. BRILLOUIN. *Metodo per la determinazione dell' Ohm.* — Ecco come l'A. descrive la forma del suo apparecchio in termini generali. « Un magnete ruota nell'interno di una spirale « sferica e produce una forza elettromotrice sinusoidale. La velocità di rotazione è costante ed è misurata. Le estremità della spirale sono riunite ad un circuito complesso, ove si producono delle correnti sinusoidali, di ampiezze e fasi diverse, ma « tutte aventi un periodo uguale alla durata di un giro del magnete. Queste correnti sinusoidali di corto periodo non hanno « azione sensibile sul galvanometro, per la qualcosa conviene adoperare un elettrodinamometro. Si regola il circuito complesso « in modo che la deviazione della spirale mobile, dell'elettrodinamometro, sia nulla. Allora esiste una relazione fra i coefficienti di induzione, le resistenze delle diverse parti del circuito e la velocità di rotazione; e questa relazione permette « di determinare la resistenza assoluta del circuito ».

L'A. riferisce un esempio particolare di tal disposizione di apparecchi, ma sempre in termini assai generali, perchè, dice l'A. i dettagli di calcolo e di apparecchi non potrebbero aver posto nella sua nota.

M. DEPREZ. *Risposta ad una Nota di M. Maurizio Lèvy.* — L'A. rispondendo alla nota del Lèvy (*N. Cim.* 1883 pag. 171) dice che ha fatte molte esperienze, delle quali riferisce i risultati numerici, e che ha sempre trovata giusta la legge della proporzionalità fra la velocità dell'anello e la forza elettromotrice. L'A. ammise altresì che il *prezzo dello sforzo statico* fosse indipendente dallo stato di riposo o di movimento del motore; e di questo ancora il Lèvy contesta la esattezza. Ma l'A. giustifica anche questo secondo dato della sua teoria sulle macchine di induzione.

4. — P. LE CORDIER. *Teoria delle azioni elettrodinamiche le più generali possibili ad osservarsi.* — Il sunto della memoria contenuto nei *Comptes rendus* non ha alcuna parte analitica, ma soltanto delle considerazioni generali. Quella memoria ha lo scopo di stabilire le formule di Ampère, con un rigore maggiore di quello usato fino ad ora, e di rappresentare analiticamente l'azione elettrodinamica la più generale possibile ad osservarsi, esercitata sopra un elemento lineare di corrente.

TH. DU MONCEL. *Sopra i caratteri delle correnti indotte dai moti relativi di due corpi magnetici, parallelamente al loro asse.* — Sia un' elettrocalamita rettilinea, con l'elica in comunicazione col galvanometro. Avvicinando ad una estremità dell'elettrocalamita un polo di un magnete permanente si ha corrente inversa; e se poi, seguitando il movimento, si va con quel polo da quella estremità all'altra, lungo la elettrocalamita, si ottiene una corrente diretta; e finalmente, allontanando lo stesso polo, si ha una corrente nella stessa direzione della prima. Facendo con un sol tratto rapidamente quei tre movimenti, si ha una corrente nel senso della seconda di quelle tre anzidette. Se si polarizza il ferro dell'elettromagnete ponendolo a contatto con altro magnete, e si ripete la anzidetta esperienza, si osserva che tal polarizzazione non ha influenza sulla direzione di quella corrente, variando soltanto la sua intensità. Da ciò, dice l'A., risulta che la polarizzazione del ferro vi immobilizza una certa quantità di magnetismo, che rimane indifferente alle eccitazioni esterne, e che è influenzata sol quando essa può reagire sopra l'induttore e polarizzarlo alla sua volta. Le correnti indotte dovute all'avvicinarsi dell'induttore al ferro polarizzato dell'elettromagnete,

hanno la stessa direzione della corrente che produsse quella polarizzazione quando i poli posti in presenza sono dello stesso nome, il che è il contrario di quel che avviene nei casi ordinarii. L'A. crede che con questa osservazione forse si potrà spiegare il perchè nell'elettromotore di Griscom il motore si avvantaggia delle correnti indotte che vi sono sviluppate. L'A. termina con un cenno di alcune sue esperienze.

M. LÉVY. *Sopra una nota dei MM. Mercadier e Vaschy, relativa ad una conseguenza che può dedursi dalle relazioni fra le grandezze elettriche.* — L'A. osserva esser già noto che il rapporto $k:k'$ non può essere che il quadrato di una velocità (vedi più sopra n. 3) e che il coefficiente k della formula di Coulomb dipende dal mezzo dielettrico. Che poi il coefficiente k' della formula di Ampère sia indipendente dal mezzo, e che possa esser preso uguale all'unità, questo è ciò su cui l'A. intende fare alcune riserve, e vi fa alcune obbiezioni; ma del resto attende i risultati delle esperienze promesse da quei fisici.

E. MERCADIER e VASCHY. *Osservazioni sopra la espressione delle grandezze elettriche nei sistemi elettrostatici ed elettromagnetici, e sopra le relazioni che se ne deducono. Seconda nota.* (Vedi n. 3). — Per le esperienze sopraccennate gli A. presero un rocchetto di induzione, nel quale era uno spazio vuoto fra i due circuiti, il primario e il secondario; e questo spazio poteva riempirsi di un liquido dielettrico. Interrompendo il circuito della pila, il primario, le quantità di elettricità sviluppate per induzione nel secondario eran misurate con un galvanometro Thomson. Nelle loro esperienze gli A. trovano che quelle quantità di elettricità restano le stesse, anche quando i circuiti del rocchetto sono immersi in mezzi di natura differente, per cui essi concludono essere la k una costante assoluta e indipendente dai mezzi e dal genere delle esperienze. Gli A. seguiranno le loro esperienze.

I. VIOLLE. *Osservazioni sopra una ultima comunicazione di M. C. W. Siemens.* — Il Siemens disse che « le determinazioni del Violle, le quali danno 1500° per la temperatura della « fotosfera, danno un risultato troppo basso; e si può dimostrare « che questa temperatura è certamente superiore a 1800°, e forse « a più ancora ». L'A. risponde che 1500° non indicarono la tem-

peratura della fotosfera, ma bensì ciò che egli chiamò la *temperatura effettiva* del sole, e che per la *temperatura vera* del sole egli trovò 2500°; e poi dopo altre esperienze egli sarebbe arrivato a 3000° per quella temperatura. L' A. fa altre osservazioni per dimostrare che non cadde nell'errore indicato dal Siemens.

CH. CROS e A. VERGERAUD. *Prove fotografiche positive, sopra carta, ottenute direttamente.* — La carta è imbevuta di una soluzione di due grammi di bicromato di ammoniaca, 15 di glucosio e 100 di acqua. Si lascia asciugare, e poi si espone alla luce sotto un positivo. Quando le parti scoperte divengono grigie, si cessa la esposizione e si immerge la carta in un bagno di un grammo di nitrato di argento in 100 di acqua con 10 di acido acetico. Allora la immagine compare, sanguigna e formata da bicromato di argento insolubile nell'acqua del bagno seguente. Seccata al fuoco, la immagine, resta rossa; e seccata all'aria o al sole diventa bruna. L'acido solfidrico annerisce la immagine e un bagno di solfito di rame e di potassa la fa nera intensa.

5. — M. LEVY. *Risposta ad una nota di M. Deprez.* (vedi più sopra n. 3). — L' A. dice che sotto il punto di vista teorico il Deprez non gli fece alcuna obbiezione. Pel caso pratico ordinario gli era nota la proporzionalità fra la velocità dell'anello e la forza elettromotrice, ma egli fece delle considerazioni per dimostrare la possibilità che tal proporzionalità non esistesse nel caso del trasporto della forza fra due macchine. Dice che il Deprez tratta il problema con troppa semplicità, per la qual cosa errò annunciando che a Monaco ottenne il 60 per 100 di rendimento. L' A. seguita per diverse pagine la sua nota, della quale un sunto non sarebbe chiaro ed utile, principalmente trattandosi di una polemica in una questione ove resta ancora troppo a conoscere.

Ma dobbiamo aggiungere che dopo questa nota il Deprez ha mandato all'Accademia un estratto del rapporto della commissione della esposizione di elettricità a Monaco, relativo alle esperienze da lui fatte. Da questo rapporto si rileva che a Monaco il Deprez non poté fare le sue esperienze in buone condizioni, e che oltre a ciò avvennero dei guasti nelle macchine e delle perdite di tempo, per cui non rimase dimostrato solo il fatto del tra-

sporto della forza da Miesbach a Monaco. Il Deprez, dice il rapporto, rifarà le esperienze a Monaco con macchine più solide, ed allora si potrà dir qualche cosa sul rendimento.

E. MERCADIER e VASCHY. *Risposta alle osservazioni di M. Levy.* (vedi n. 4). — Gli A. fanno osservare che le loro considerazioni e ragionamenti erano nuovi. Nel seguito della loro nota concludono che starà all'esperienza a decidere.

E. SEMMOLA. *Nuove esperienze sulla elettrolisi.* — È notissima la esperienza coi tre voltametri, per dimostrare la proporzionalità fra la intensità della corrente e la quantità di elettrolite decomposta; ma ora l'A. la modifica impiegando un solo voltmetro, che ha tre elettrodi nel fondo a distanze uguali fra loro. Un elettrodo *c* comunica col polo positivo, e gli altri due, *a* e *b*, comunicano con un commutatore che va all'altro polo, e col quale si può far passare la corrente per *a* soltanto e per *c*, oppure biforcarla da *c* in *a* e in *b*. Delle provette completano l'apparecchio.

6. — MM. THOLLON e GOUY. *Spostamento delle strie del sodio, nello spettro della grande cometa del 1882.* — Con un spettroscopio ad un solo prisma gli A. videro nello spettro le linee del sodio, e il loro spostamento verso il rosso, di circa un quarto dell'intervallo fra le due linee, il che indicava che l'astro si allontanava dalla terra con la velocità di 61 chilometri al secondo.

C. TIMIRIAZEFF. *Distribuzione della energia nello spettro solare e la clorofilla.* — Nei *Comptes rendus*, 28 maggio 1877, e negli *Ann. de Chim. et de Phy.* 1877 l'A. ha già descritte le sue ricerche sull'assorbimento della luce e sull'assorbimento e decomposizione dell'acido carbonico dalla clorofilla. L'A. osserva che il Langley col suo bolometro trovò nello spettro il massimo di energia nell'aranciato e dove è la stria caratteristica della clorofilla, fra le linee B e C (*Comptes rendus*, 11 settembre 1882), ed osserva che questo fatto dimostra la relazione fra la energia dell'irraggiamento e quel fenomeno chimico, relazione che l'A. disse soltanto esser probabile nella sua precedente comunicazione all'Accademia. L'A. promette di far conoscere in una prossima nota le sue ulteriori ricerche, ma frattanto egli annunzia che da quelle ricerche risulta che l'organo

della clorofilla è capace di trasformare in lavoro chimico il 40 per 100 della energia calorifica assorbita.

M. QUET. *Azion magnetica del sole sulla terra e sui pianeti*. — L'A. annunzia che questa azione non può modificare sensibilmente, neppure in un lunghissimo intervallo di tempo, nè il moto sull'orbita, nè il moto rotatorio attorno all'asse del pianeta. Infatti, prendendo come unità il metro, la massa del grammo e il secondo, dai calcoli dell'A. si rileva che per la terra l'accelerazione risultante da quella azione magnetica, sta a quella che proviene dalla gravitazione universale come 2 sta a 10^{22} . Qualora la terra fosse sottomessa a quell'unica forza, non arriverebbe a percorrere 54 metri in 10000 anni. L'A. termina la sua nota con alcuni cenni delle formule ottenute.

7. — J. JAMIN. *Sopra la differenza delle pressioni barometriche in due punti di una stessa verticale*. — Kaemtz, fra Zurigo il Righi e il Faulhorn, trovò che la differenza di pressione fra due di quei punti variava con le stagioni, ed ora l'Autore verificò tal fatto al *Puy de Dôme*, e vidde che non solamente vi avevano influenza le stagioni, ma anche le diverse ore del giorno, e che quella differenza diminuisce all'aumentare della temperatura, e viceversa; in guisa che ha un massimo al solstizio di estate, alle 3 pom, ed un minimo al solstizio di inverno al levar del sole. L'A. presenta una tavola numerica delle sue osservazioni. L'A. dimostra inoltre, con diverse dotte considerazioni, che la causa del fenomeno consiste nelle variazioni della temperatura.

M. LÉVY. *Sopra la teoria e le esperienze di MM. Mercadier e Waschy*. — Questi due ultimi fisici impresero a dimostrare con delle considerazioni teoriche, e poi con delle esperienze che il coefficiente costante della formola di Ampère è indipendente dal mezzo dielettrico attraverso il quale si esercitano le azioni elettromagnetiche ed elettrodinamiche.

Ora l'A. con altre considerazioni teoriche fondate sulla nota teoria del Maxwell dimostra che l'anzidetta legge non può esser vera. E quanto alle esperienze di quei due fisici, che operano con aria, alcool, olio, ec. come mezzi dielettrici, dice che dimostrarono soltanto che quei mezzi avevano una stessa capacità induttiva magnetica, e che se invece avessero adoperato un

mezzo in cui la permeabilità magnetica fosse più grande di quella dell'aria, p. es. *ferro*, avrebbero avuti risultati differenti dai già ottenuti.

I. MOSER. *Metodo per rinforzare le correnti telefoniche.* — Col suo metodo l'A. ha trasmesso la parola e la musica a cento telefoni ricettori, facendo uso di un sol filo sotterraneo. L'A. aumenta il numero dei ricettori, e per conseguenza la resistenza del circuito telefonico, ma egli vi aumenta altresì il numero dei rocchetti indotti. In generale, essendo dato il numero degli apparecchi telefonici, l'A. li aggruppa come si aggruppano gli elementi di una pila, e in modo da ottenere nelle spirali induttrici il massimo lavoro utile.

8. — M. TRESKA. *Risultati delle esperienze fatte nelle officine della strada ferrata del Nord, sul trasporto elettrico del lavoro a grandi distanze, di M. Deprez.* — Le esperienze ebber luogo l'11 di febbraio, il filo telegrafico avea il diametro di 0^m,004, con una resistenza di 160 ohm, e fra l'andata e il ritorno, da Parigi a Bourget, era di 17000 metri, ma le macchine erano riunite con filo corto. La macchina generatrice era del sistema Deprez, e la ricevitrice era una Gramme, tipo della Guerra modificato. Le resistenze delle due macchine erano 56 ed 83 ohm. Le differenze di potenziale eran misurate col galvanometro Thomson. Il lavoro meccanico fu valutato in cavalli, in ragione di 75 chilogrammetri al 1". In media con una spesa di 6,21 in cavalli, se ne trasmisero 2, o 3, pure in cavalli, il che diede per rendimento 0,327 in cavalli. In talune altre esperienze, il rendimento, deduzione fatta dal lavoro consumato per la trasmissione meccanica del moto fra le macchine, si elevò al 42 per 100. L'A. presenta molti quadri numerici, e dice di continuare le esperienze.

DE CHARDONNET. *Visione dei raggi ultravioletti.* — L'A. ha fatto osservare i raggi ultravioletti dello spettro, ottenuto dall'arco voltaico, da individui che avendo subita la operazione della cateratta non avevano più il cristallino. Questi individui gli descrissero allora tante parti colorate sull'immagine dei carboni, e sulla luce dello spettro, che non rimase alcun dubbio sull'esser la retina sensibile ai raggi ultravioletti, così come ai raggi visibili a tutti. L'umor vitreo assorbe quei raggi, e perciò non li vediamo. Il vetro degl'occhiali assorbe pure parte di quei

raggi. Quegl'individui dissero di aver veduta una luce *grigio-azzurra*, o *azzurro-chiara*.

E. HOSPITALIER. *Influenza del modo di accoppiamento delle macchine dinamo elettriche, nel trasporto della forza.*

— Quando la trasmissione della forza si fa con una macchina ad ognuna delle due estremità della linea, il difetto di isolamento diminuisce molto la intensità della corrente nella ricettrice; ma non è più così quando le due macchine, la generatrice e la ricettrice, sono poste accanto l'una all'altra, e riunite da una parte con un filo corto, e dall'altra col filo della linea.

9. — M. TRESCA. *Resultati di una nuova serie di esperienze sopra gli apparecchi pel trasporto del lavoro meccanico, e posti alla ferrata del nord, dal Deprez.* — Questa seconda relazione dell'A. è molto più estesa della prima, più sopra indicata, e contiene molte considerazioni relative alla economia generale della questione, e relativi a molte cose che riguardano la pratica. Vi sono altresì molti quadri numerici. Noi dobbiamo limitarci a riferire che, perfezionando questo sistema di trasporto della forza, si potrà arrivare al 50 per 100, come il massimo di utilizzazione.

M. MASCART. *Osservazioni sulla precedente comunicazione di M. Chardonnet.* — L'A. osserva che le conclusioni del Chardonnet furon troppo assolute. Con uno spettroscopio in quarzo o in spato d'Islanda, ognuno ordinariamente percepisce lo spettro solare ultravioletto, e di un color grigio di lavanda. Fra gli altri, l'Isambert poteva indicare le strie del cadmio nello spettro dello spato, ad una distanza angolare sette volte quella dallo spettro ordinario.

10. — M. JOUBERT. *Sopra la teoria delle macchine elettromagnetiche.* — L'A. dice che le recenti esperienze del Tresca dimostrano il fenomeno già noto, ma non ancora spiegato, di una perdita di lavoro nella macchina, oltre quella perdita che è una conseguenza della legge di Joule. Tutte le macchine a correnti continue son composte da un certo numero di elementi che passano alternativamente da una posizione ove la energia potenziale ha un valor massimo W_1 , ad un'altra ove la stessa energia ha un valor minimo W_2 . $W_1 - W_2$ è dunque il lavoro speso passando dalla prima alla seconda posizione. Ma onde il movi-

mento continui convien rovesciare il senso della corrente nell'elemento, ossia distruggere in pura perdita la energia che egli possiede per restituirgli la W_0 . Così il lavoro meccanico eseguito dalla resistenza, ha il rendimento $(W_0 - W_1) : W_0$. Per es. nella macchina Gramme che funziona come ricevitrice, gli elementi di cui parliamo sarebbero i diversi noti scompartimenti dell'anello. Si può, dice l'A. valutare il limite inferiore dell'energia sacrificata per ogni mezzo giro, e che in parte si manifesta con la scintilla. Se I , è la intensità della corrente nell'istante in cui è annullata nell'elemento, ed l un coefficiente, si avrà per quella anzidetta perdita il valore $lI^2 : 2$. E se l'anello Pacinotti è di p elementi, se fa n giri al secondo, la perdita in ogni unità di tempo sarà, al minimo, $np lI^2$, ed $n L I^2$ se L è un coefficiente relativo all'anello intiero. L'A. aggiunge a queste alcune altre considerazioni, e conclude che la verificaione di questa teoria è facile, e che egli l'avrebbe fatta se ne avesse avuti i mezzi materiali.

E. ed H. BECQUEREL. *Memoria sopra la temperatura alla superficie del suolo e della terra fino a 36 metri di profondità* ec. — Questa memoria tratta altresì della temperatura dei due strati del suolo, l'uno nudo e l'altro coperto di zolle, durante l'anno 1882, ed è la annuale narrazione delle esperienze fatte sulla temperatura del suolo, nel museo di Storia Naturale. Queste memorie annuali di quei due illustri scienziati devono essere preziosissime per i cultori della Meteorologia.

11. — M. GOUY. *Sulla polarizzazione della luce diffratta*. — Lo studio di questo fenomeno è difficile perchè, coi metodi fin ora usati, si ha la riflessione e la refrazione oltre la diffrazione. L'A. ha seguito un nuovo metodo. Un obbiettivo C proietta sull'orlo AB di uno schermo opaco la immagine A di una sorgente luminosa. Nell'ombra dello schermo è collocato un microscopio a debole ingrandimento, e il di cui obbiettivo D, di lungo foco e di piccola apertura angolare, è messo al punto pel bordo dello schermo, bordo rettilineo e perpendicolare al piano CAD. Così quel bordo appare disegnato da un vivo filo di luce che si stacca sul fondo scuro del campo del microscopio; e quel filo, con un conveniente ingrandimento appare accompagnato da finissime frange. La vivacità di quel filo diminuisce a misura che i

raggi che entrano nel microscopio son deviati di un angolo di diffrazione più vicino a 90° . Quel filo di luce è, dice l'A., evidentemente formato per diffrazione, cioè senza luce riflessa. Ma è difficile far bene quel bordo. Si può adoperare un rasoio ben arrotondato. Se quel bordo è rotondo il fenomeno sparisce.

Se la luce incidente è naturale, la luce diffratta è polarizzata, e molto se l'angolo di diffrazione è maggiore di 50° . È polarizzata in un piano perpendicolare al piano di diffrazione. Tutto ciò per la luce diffratta dal lato dell'ombra dello schermo. Dal lato opposto se la luce incidente è naturale, il filetto diffratto è polarizzato nel piano di diffrazione.

J. CHAPPUIS e CH. RIVIÈRE. *Sopra gli indici di refrazione dei gas ad alte pressioni*. — Gli Autori adottarono il metodo interferenziale del Jamin, e descritto nelle classiche memorie di quel fisico; ma gli apparecchi furono costruiti dal Golaz in modo da poter fare esperienze fino a 70 atmosfere. Il lavoro non è finito; ma per prender data gli A. pubblicano alcune misure fatte fra 24 e 36 atmosfere.

12. — M. DEPREZ. *Nuove equazioni relative al trasporto della forza*. — Queste equazioni sono per macchine teoriche, cioè perfette, senza attriti e tremiti, e composte da un numero infinitamente grande di sezioni infinitamente piccole dell'anello, nelle quali non entrano masse metalliche suscettibili di dar origine alle correnti Foucault. I francesi chiaman così le correnti che, ad es. riscaldano il disco ruotante nell'apparecchio noto del Foucault che serve per i corsi. L'A. crede possibile la costruzione di macchine che diano un lavoro utile uguale agli otto decimi del lavoro teorico. Queste equazioni sono soltanto applicabili quando la intensità della corrente è tale che i campi magnetici delle due macchine sono saturati.

Sia F_t lo sforzo tangenziale (in chilogrammi) applicato alla generatrice, ad una distanza dall'asse uguale ad $1:2\pi$ (corrispondente alla circonferenza uguale ad un metro). V_t la velocità in metri per secondo del punto di applicazione di questo sforzo. f_t un coefficiente che dipende dalla costruzione della macchina. F_r , V_r , f_r le quantità corrispondenti alla ricevitrice. I la intensità della corrente ed R la resistenza totale della linea e delle macchine. Lo sforzo tangenziale essendo in ambedue le macchine

proporzionale ad I , si ha $F_1 = f_1 I$, $F_0 = f_0 I$, per cui avremo $F_0 = f_0 F_1 : F_1$. Il lavoro meccanico assorbito nella unità di tempo dalla generatrice è $F_0 V_0$, ossia $V_0 f_0 F_1 : f_1$. Il lavoro perduto sotto forma di calore in tutto il circuito, essendo uguale a $RI^2 : g$, ossia ad $\frac{R}{g} \left(\frac{F_1}{f_1} \right)^2$, deve esser sottratto dal lavoro assorbito dalla generatrice, onde resta come lavoro utile restituito alla ricevitrice $F_1 V_0 \frac{f_0}{f_1} - \frac{R}{g} \left(\frac{F_1}{f_1} \right)^2$.

Così il rendimento economico viene espresso da

$$\frac{F_0 V_0 \frac{f_0}{f_1} - \frac{R}{g} \left(\frac{F_1}{f_1} \right)^2}{F_1 V_0 \frac{f_0}{f_1}} = 1 - \frac{R f_1}{g V_0 f_0 f_1}.$$

J. MOSEN. *Trasporto della forza con batterie di apparecchi elettrici*. — L'Autore fece delle esperienze con dei telefoni delle quali, dopo diverse considerazioni, presenta alcune conseguenze teoriche generali. Quelle batterie conviene disporle per tensione, onde avere il massimo rendimento; ma volendo ottenere gran quantità di lavoro utile bisogna ordinarle per quantità e trasportare grande quantità di elettricità. Per le macchine elettrodinamiche conviene far lo stesso.

P. CHARPENTIER. *Rendimento massimo di un motore a vapore*. — Ora è noto in *pratica* che la *espansione* del vapore nel cilindro non è accompagnata da *condensazione*, ma da una *rivaporizzazione*. Tenendone conto di questo fatto nel calcolo, si infirma una opinione del Verdet sulla quale sono fondati i calcoli del Zeuner. Non v'ha dubbio che nel periodo di *ammisione* vi sia forte *condensazione* del vapore, la quale produce una grave perdita, variabile, e che non può essere indicata dai diagrammi. Tal vapore condensato si *rivaporizza*, ma in *parte* soltanto, e il Verdet errò dicendo che « la condensazione durante « la espansione è il meccanismo fisico al quale la macchina a vapore deve la maggior parte della sua forza motrice ». Tal condensazione è completamente mascherata dalla rivaporizzazione, ed ha per causa la penetrabilità delle pareti al calore. Perciò vi è sempre acqua nel cilindro a vapore, ed a questo si possono applicare i numeri di Regnault per i vapori saturi. Il peso del va-

Serie 3. Vol. XIII.

pore che è nel cilindro alla fine della espansione, è sempre *più forte* di quello al principio, per cui il rendimento massimo deve ottenersi ammettendo, come ipotesi la più favorevole, che tal peso non abbia variato. Il lavoro di un motore a vapore è solamente prodotto dalla differenza fra il numero delle calorie possedute dal fluido che esce dal generatore, e il numero delle calorie possedute dal fluido che esce dal mezzo condensante, trascurando l'irraggiamento esterno. Tale è il principio teorico direttore. Il massimo del rendimento *organico* sarà dato dal rapporto fra il calore *utilizzato* nel cilindro e il calore *impiegato* nella vaporizzazione.

Siano R_1, R_2, R_3, R_4 i rendimenti organici nei quattro casi:

- 1.° Macchina a piena pressione senza condensazione;
- 2.° Macchina a piena pressione con condensazione;
- 3.° Macchina ad espansione senza condensazione;
- 4.° Macchina ad espansione con condensazione;

p la pressione specifica iniziale del vapore alla temperatura t ;

p_1 la pressione alla fine della espansione ed alla temperatura t_1 ;

σ la pressione atmosferica;

ϵ il rapporto della espansione;

p_1' la pressione minima del condensatore alla temperatura t_1' ;

V il volume del cilindro; θ la temperatura dell'acqua di alimentazione;

γ_1' il peso del metro cubo di vapore alla pressione p_1' ;

$\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$ i pesi del vapore *secco*, in ogni caso; t' la temperatura dell'acqua di iniezione;

S_2 ed S_4 i pesi dell'acqua di iniezione necessari nel secondo e quarto caso;

k_1, k_2, k_3, k_4 i calori totali per vaporizzare $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$;

k_1', k_2', k_3', k_4' i calori totali contenuti a t per $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$;

$k_1^e, k_2^e, k_3^e, k_4^e$ i calori totali contenuti a t_1 ed a t_1' per $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4, S_2$ ed S_4 e comprendendo i calori negativi corrispondenti ai lavori negativi di contro-pressione.

Finalmente tutte le lettere $A, u, \lambda, J, J_1, \rho_1, q_0, q_1, q_1', q_{11}, q_{11}'$ abbiano i significati che gli si danno ordinariamente nella termodinamica. Ciò posto l'A. presenta le equazioni seguenti:

$$1.^{\circ} \quad R_1 = \frac{k_1' - k_1^e}{k_1} = \frac{\phi_1 A p u_1 - A \varpi V}{\phi_1 (\lambda_1 - q_0)},$$

$$2.^{\circ} \quad R_2 = \frac{k_2' - k_2^e}{k_2} = \frac{\phi_2 \lambda_1 - S_2 (q_{11}' - q_1') - \phi_2 q_{11}' - V \gamma_{11}' \rho_{11}' - A p_1' V}{\phi_2 (\lambda_1 - q_0)},$$

$$3.^{\circ} \quad R_3 = \frac{k_3' - k_3^e}{k_3} = \frac{\phi_3 \lambda_1 - \phi_3 J_{11} - A \varpi \frac{V}{\varepsilon}}{\phi_3 (\lambda_1 - q_0)},$$

$$4.^{\circ} \quad R_4 = \frac{k_4' - k_4^e}{k_4} = \frac{\phi_4 \lambda_1 - S_4 (q_{11}' - q_1') - \phi_4 q_{11}' - V \gamma_{11}' \rho_{11}' - A p_1' \frac{V}{\varepsilon}}{\phi_4 (\lambda_1 - q_0)}.$$

$$S_2 = \frac{\phi_2 (J_{11} - q_{11}') - V \gamma_{11}' \rho_{11}'}{q_{11}' - q_1'}, \quad S_4 = \frac{\phi_4 (J_{11} - q_{11}') - V \gamma_{11}' \rho_{11}'}{q_{11}' - q_1'}.$$

Queste equazioni daranno il valore *massimo pratico* di rendimento organico; ed è visibile che il calore latente di vaporizzazione è soprattutto la causa della gran perdita sofferta. D' accordo col Clausius e col Redtenbacher, e contrariamente al Zeuner, l'A. conclude:

1.^o I motori a vapore hanno una imperfezione inerente alla loro natura.

2.^o Il loro ciclo è molto imperfetto; e per migliorarlo converrebbe *mutare completamente* la loro forma, e il modo di *utilizzazione* del vapore.

G. FOUSSEREAU. *Influenza della tempra sulla resistenza elettrica del vetro.* — Fu adoperato l'elettrometro Lippmann. Piccole provette cilindriche o coniche erano fuori e dentro a contatto con acido solforico, o con mercurio per temperature maggiori di 80°, perchè in questo caso i vapori dell'acido rendevano conduttrice tutta la superficie del vetro. Dopo una prima serie di misure l'apparecchio stava in un bagno di sabbia durante un certo tempo, a temperatura determinata, e poi era raffreddato lentamente. Dopo si eseguiva una nuova serie di misure alle stesse rispettive temperature della prima serie. Il tempo necessario per caricare un condensatore ad un potenziale determinato serviva all'A. di misura della resistenza del vetro. L'A. trovò che la tempra diminuisce molto quella resistenza dei vetri. Ri-

cuocendo moderatamente il vetro per diminuire la tempera, non si riesce che a distruggere in parte la sua influenza sulla resistenza. La resistenza di un vetro recentemente rincotto aumenta lentamente col tempo, come avvicinandosi ad un limite definitivo.

M. TROUVÉ. *Sopra una modificazione della pila al bicromato di potassa, per la illuminazione.* — La modificazione consiste nel soprasaturare il liquido di bicromato. 150 grammi di bicromato in polvere si mettono in un litro di acqua, si agita la soluzione, aggiungendovi goccia a goccia 450 grammi di acido solforico, ossia il quarto di volume. Così in un litro si possono sciogliere fino a 250 grammi di bicromato, e il liquido rimane limpido, senza deposito di cristalli di allume di cromo. Si ha il zinco amalgamato, fra i due carboni *ramati* superiormente. Le batterie van disposte per gruppi di 6 elementi. Con 12 elementi si mantennero per 5 ore 10 lampade a incandescenza. L'A. presenta un quadro di misure.

E. THOLLON. *Sopra un nuovo collimatore.* — È il collimatore di uno spettroscopio ove la fenditura può prendere nel suo piano tutte le direzioni possibili, mentre veduta dal collimatore può conservare sempre la stessa direzione. Questo si ottiene mettendo dietro alla fenditura un prisma a riflessione totale, la di cui faccia ipotenusata sia parallela all'asse del collimatore, e si possa girare nel suo piano. Sia quella faccia parallela anche alla fenditura. Allora i raggi si refrangono ugualmente tanto all'entrare che al sortire dal prisma, subendo sull'ipotenusata la riflessione totale, e la fenditura ci comparirà come se non vi fosse il prisma. Se ora la fenditura gira di un angolo α , girando il prisma di un angolo metà di quello la immagine della fenditura ci sembrerà come se fosse nella prima anzidetta posizione. Così la fenditura potrà collocarsi sempre tangenzialmente al contorno dell'immagine del disco solare, per osservare le protuberanze.

13. — P. GABBE. *Sopra uno spettroscopio a fenditura inclinata.* — L'A. osserva che esso presentò nel dì 2 marzo alla Società francese di fisica il suo spettroscopio simile a quello del Thollon, e qui più sopra descritto nella sua parte fondamentale; noi però non indicammo il meccanismo che rende pronto e facile l'uso dell'apparecchio.

E. REYNIER. *Osservazioni sulle cifre di consumazione dello zinco, indicate dal Trouvé per le pile a bicromato di potassa.* — L'A. fa osservare una contraddizione che risulta considerando il quadro dei valori numerici dato dal Trouvé, nella nota qui più sopra riferita senza però riportare quel quadro. L'A. conclude che sarebbe a desiderarsi che il Trouvé rifacesse quelle sue misure.

14. — Questo numero dei *Comptes rendus* contiene le relazioni delle Commissioni per i premii annuali dell'Accademia.

15. — L. LEDIEU. *Unità della meccanica e della fisica.* — È questa una nota ove con molte considerazioni si fa una critica del sistema di misure adottate dal Congresso degli elettricisti a Parigi. Quelle considerazioni sono troppo delicate, e il soggetto ha troppo interesse, per azzardarci a farne un sunto. In difetto di spazio per tradurla qui per intero, ci limitiamo a indicarne la sua importanza.

Rapporto sopra le macchine elettrodinamiche applicate alla trasmissione del lavoro meccanico. — È il rapporto di una commissione composta dai MM. Bertrand, Tresca, De Lesseps, De Freycinet, e del Cornu relatore. Son più di 18 pagine, la maggior parte a caratteri minuti, con molti pregevolissimi quadri numerici. Ne citeremo alcuni passi. Il problema consiste: 1° a trasportare una quantità considerevole di energia per l'intermediario della corrente; 2° a trasportarla a gran distanza; 3° a far in guisa che il prezzo di risulta specifico (cioè riferito alla quantità di energia trasmessa) delle macchine e dei conduttori intermediarii non sorpassi un dato valore. E finalmente vi è la condizione che il rendimento (ossia il rapporto del lavoro trasmesso al lavoro speso) sia il più grande possibile. Molti tentativi sono stati fatti, ma le sole esperienze ove si è cercato di soddisfare a quei dati del problema, furon quelle eseguite a Miesbach-Munich dal Deprez, ad una distanza di 57 chilometri, con la resistenza totale di 950 ohm, e trasmettendo un lavoro di più di un mezzo cavallo. La commissione ha sperimentato con una generatrice, tipo Deprez n. 20, unita ad una ricevitrice Gramme (tipo D trasformata) da una parte con un filo corto e poco resistente, e dall'altra parte con un filo di ferro galvanizzato di 4 mill. di diametro, passando da Bourget, con uno sviluppo di 17

chilom. Esaminando i quadri numerici si rileva che il lavoro assorbito dalla generatrice e trasmesso alla ricevitrice, aumentò con la velocità della generatrice; e che si arrivò al trasporto di quasi *quattro cavalli e mezzo* attraverso ad una resistenza di 160 ohm, rappresentante una doppia linea telegrafica di 8 chilom. e mezzo. Il rendimento fu di $37\frac{1}{4}$ per 100 del lavoro speso. Questi risultati sono considerabili e faranno epoca nella storia. La quantità di lavoro trasmesso cresce più che proporzionalmente alla velocità della generatrice, ma converge verso la proporzionalità.

Conformemente alla teoria le forze elettromotrici furono proporzionali alle velocità, per la stessa intensità della corrente.

Secondo le idee teoriche del Deprez la perdita di energia sotto forma di calore disseminata lungo tutto il circuito, è proporzionale al quadrato della intensità della corrente utilizzata, mentre il lavoro speso e quello trasmesso sono proporzionali al prodotto della forza elettromotrice E , od e , per la prima potenza della intensità I della corrente; essendo E relativa alla eccitatrice e la e alla ricevitrice. Così se R ed r sono le rispettive resistenze interne delle due macchine, si ha secondo il Deprez e la nota legge di Joule, la relazione

$$EI - eI = (R + r + \rho) I^2,$$

poichè la macchina ricevitrice deve considerarsi come un produttore di elettricità, sul medesimo circuito dell'altra macchina, ma in senso opposto. Da quella relazione emerge che il rapporto della quantità di calore $(R + r + \rho) I^2$ alla quantità di calore raccolta eI può divenir teoricamente piccolo quanto si vuole, diminuendo il rapporto $I : e$. Per questa ragione il Deprez si è occupato della costruzione di macchine da funzionare con correnti di intensità deboli relativamente, ma con grandi forze elettromotrici. Però bisogna altresì che l'aumento del fattore $(R + r + \rho)$ non compensi la diminuzione di $I : e$; ma per ottenere una gran forza elettromotrice, senza superare le velocità accettabili nella pratica, conviene aumentare la lunghezza del filo indotto e dell'induttore, e così ci troviamo fra due difficoltà ugualmente grandi, che formano il dilemma seguente. O aumentare il numero dei fili senza cangiarne il volume, e così far delle macchine a filo

fino la di cui resistenza aumenta rapidamente quella che si vuol combattere; oppure diminuire la resistenza elettrica aumentando il diametro dei fili, aumentando in proporzioni grandi il volume e così il costo della macchina. Vuolsi dunque fare una saggia scelta degl'elementi disponibili per arrivare a dei notevoli vantaggi, e soprattutto bisogna curare di produrre un campo magnetico il più intenso possibile, con una data resistenza del filo induttore. È in questa via che il Deprez ha diretto le sue cure, ed ha ottenuto degl'induttori il di cui campo magnetico, con uguali spese di energia e per deboli intensità, supera di gran lunga quello delle macchine dello stesso peso, fino ad ora conosciute. Ma l'impiego di macchine di grandi forze elettromotrici ha molte difficoltà, ed esige molta prudenza sia per la sicurezza delle persone che per la conservazione delle macchine; perchè quando la resistenza del circuito o la velocità di una macchina simile variano bruscamente, la corrente diviene enorme, e il calore svolto può distruggere gli isolanti e mettere la macchina fuori di servizio. Il rapporto termina proponendo all'Accademia di congratularsi col Deprez dei progressi importantissimi che egli ottenne.

J. VIOLLE. *Sopra la radiazione dell'argento nel momento della sua solidificazione.* — Nel Congresso degl'elettrici a Parigi, l'A. propose per campione assoluto di luce l'irraggiamento di un centimetro quadrato di platino in fusione. Questa idea altrettanto semplice quanto ingegnosa, fu patrocinata dal Dumas, e il Violle fu dal Ministero incaricato delle esperienze di misura necessarie, per le quali fu verificata la costanza di quell'irraggiamento durante la solidificazione, talchè abbiamo nell'argento un campione secondario fisso, che sarà specialmente comodo nella spettrofotometria.

L. LAURENT. *Sopra diversi apparecchi di ottica, destinati a verificare la esattezza delle superfici piane, parallele, perpendicolari od oblique.* — Queste superfici si verificano per mezzo delle frange della luce monocromatica, adoperando il noto apparecchio del Fizeau, modificata per questo scopo. La nota dell'A. contiene la descrizione ed i disegni degl'apparecchi.

CH. V. ZENGER. *Spettroscopio a visione diretta, molto potente.* — La maggior dispersione de' spettroscopi a visione diretta

fino ad ora costruiti, non sorpassa 20° , ed è troppo debole per molte applicazioni. L'A. aggiungendo al parallelepipedo di dispersione di quarzo un leggiero prisma di crown, ha potuto ottenere una dispersione di 150° , tale dunque che non era stata ottenuta fin qui, eccetto che recentemente dal Thollon, ma con un numero grande di prismi a solfuro di carbonio, e quindi con diminuzione nella intensità della luce in forza delle molte riflessioni. L'A. presenta il disegno del suo apparecchio e la dimostrazione del suo modo di agire.

E. PAUCHON. *Sul limite superiore della percettibilità dei suoni.* — L'A. ha fatto una prima serie di esperienze con una grande sirena di Cagniard-Latour, modificata, e posta in azione da un getto di vapore; e così verificò che quando la pressione del vapore variava da 0,5 a 1,5 atmosfere, quel limite era fra 48000, a 60000 vibrazioni semplici al secondo. Ma quando il rapporto fra la pressione del vapore e la velocità di rotazione era troppo grande, allora nelle condizioni di quelle esperienze, quel limite di percettibilità non poteva più esser raggiunto, neppur per 72000 vibrazioni, che danno il suono il più acuto che potè esser prodotto dall'A. In un'altra serie di esperienze furon fatte vibrare longitudinalmente delle verghe metalliche fisse in una estremità, sfregandole con un drappo sparso di colofonia. L'A. osservò che la lunghezza della verga che rende il *suono limite* è, per uno stesso metallo, indipendente dal diametro; e che per l'acciaio, il rame e l'argento, quelle lunghezze stanno fra loro sensibilmente come le rispettive velocità di propagazione del suono, nei metalli stessi.

Un cornetto acustico allontana di poco quel limite. La lunghezza limite di una verga può variar molto a seconda di che per sfregarla si adopera una od un'altra sostanza, cioè colofonia od alcool, etere ecc. La lunghezza limite minima si ha con la colofonia. Un suono non più percettibile può ancora agir fortemente sopra una fiamma sensibile.

M. TRÈVES. *Sopra un mezzo per evitar le esplosioni delle caldaie.* — È noto che l'acqua che ha molto bollito, vien troppo privata d'aria, e può dar luogo ad una esplosione. Per ridare all'acqua della caldaia l'aria che gli manca, l'A. consiglia di porvi un tubo di ferro fatto a T, con la parte orizzontale a circa

20 centimetri dal fondo della caldaia, e munita di un certo numero di cupule, o *godets*, che servano da serbatoi d'aria e quindi da superfici di evaporazione. secondo le note esperienze del Donny e del Gernez. Tutte le mattine si dovrebbe nelle caldaie, giornalmente in azione, iniettare aria nell'acqua per mezzo di quel tubo con una pompa, fino a che il manometro della pompa indicasse una pressione superiore a quella del vapore della caldaia; perchè allora si sarebbe sicuri di aver scacciata l'acqua dal tubo e di aver piene le cupuline, o capsule rovesciate, di aria. Per la marina l'A. consiglia una alimentazione periodica e metodica dell'acqua della caldaia; perchè quell'anzidetto processo non gli sembra applicabile che a terra.

J. POLLARD. *Sopra alcune esperienze fatte con le macchine dinamo-elettiche*. — Sono pochi cenni sopra un rapporto di esperienze fatte per ordine del vice ammiraglio Cloué, nel 1879, a bordo del Richelieu, e inserito nello stesso anno del *Memoriale del Genio marittimo*.

M. TRÓUVÉ. *Risposta alle osservazioni di M. Reynier relative alle pile al bicromato di potassa*. — L'A. fa vedere qual fu l'errore numerico, causa della apparente contraddizione, segnalata dal Reynier, fra gli ottenuti risultati, e nello stesso tempo giustifica i risultati stessi.

16. — P. LE CORDIER. *Azioni meccaniche prodotte dai magneti e dal magnetismo terrestre*. — Questo non è che l'annuncio di una memoria dell'A. che sarebbe la seconda da lui pubblicata sullo stesso argomento. Della prima parlarono i *Comptes rendus* del 22 gennaio, n. 4, 1883. X.

N. PILTSCHIKOFF. *Determinazione dell'indice di refrazione dei fluidi mediante lenti liquide*. — (*J. d. russ. phys-chem. Ges.* 1882). — Se si ha un sistema di due lenti concave-convesse eguali, colle faccie concave di fronte l'una all'altra, e collegate in modo che lo spazio vuoto che rimane fra queste due superficie possa riempirsi di un liquido, è facile dimostrare che l'indice di refrazione di questo (trascurando la grossezza della lente) è dato da

$$n = 1 + \frac{R}{2} \left(L + \frac{1}{s} \right)$$

essendo R il raggio delle superficie concave, s la distanza dalla lente dell'immagine di un punto luminoso ed L una costante che (il sistema rimanendo lo stesso) dipende solo dalla posizione del punto luminoso.

Nel sistema adottato dall' A. calcolate le costanti R ed L per la linea del sodio D , si aveva

$$n = 0,75315 + \frac{146.25}{s}$$

Determinando l'indice di differenti liquidi, l' A. trovò dei valori che concordano fino alla quarta decimale coi valori già noti.

L' A. descrive l'apparato da esso costruito a cui dà il nome di refrattometro e nel quale con metodo ingegnoso vien ridotto al minimo l'errore della determinazione di s .

Tagliatura elettrica del vetro. — (*Scient. Americ.* 1882). — Secondo Fahdi (Dresda) si avvolge il recipiente di vetro che si vuol tagliare nel punto voluto con un filo di rame e si porta questo rapidamente all'incandescenza con una corrente elettrica.

E. WIEDEMANN. *Una piccola modificazione al pyknometro.* — Per espellere l'aria che può rimanere aderente alle pareti dell'apparecchio e alla superficie delle polveri introdottevi, l' A. adatta all'estremità superiore del tubo capillare del pyknometro un altro tubo diramato col quale si può fare il vuoto nell'interno della boccia, e poscia riempirlo con acqua bollita. Il tubo capillare si prolunga circa fino al fondo della boccia, e poi si ripiega in su per un piccolo tratto, affinchè nell'introdurre l'acqua questa non rimescoli troppo la polvere messa nel vaso. Questa disposizione è specialmente vantaggiosa quando i corpi di cui vuolsi determinare i pesi specifici si decompongono o si fondono al punto di ebollizione dell'acqua.

D. MAZZOTTO. *Sulle calorie di riscaldamento e di fusione delle leghe facilmente fusibili.* — L' A. determina ad intervalli di 15, o 30 secondi le temperature segnate da un termometro il cui bulbo trovasi al centro di un crogiolo contenente una lega fusibile, e che è protetto dal contatto di questa da un sottil tubo d'acciaio fisso al coperchio del crogiolo ripieno di mercurio, quando questo crogiolo è portato dalla temperatura 0° , alla temperatura del vapore di essenza di trementina (159°) e poi di nuo-

vo da questa temperatura a quella di 0°. I risultati ottenuti sono tradotti graficamente in curve in cui le ascisse rappresentano i tempi, e le ordinate le temperature corrispondenti. Confrontando queste curve con quelle che si ottengono quando il crogiolo è ripieno di mercurio l'A. calcola il calorico specifico delle leghe. Le leghe sperimentate furono quelle di Darcet, Rose, Lipowitz, e Wood. Le curve di raffreddamento mostrano un andamento anormale in due punti, uno al punto di fusione, l'altro un poco più basso (circa 46° nella lega di Darcet e Rose, e 18° nelle altre) che corrisponde ad una modificazione molecolare della lega. La stessa particolarità è presentata dalle curve di riscaldamento, ma in queste i due punti di anomalia sono molto vicini.

La lega di Wood ha la particolarità di presentare l'anomalia dovuta al mutamento molecolare ad una temperatura più bassa quando si mantiene agitato il crogiolo durante il raffreddamento, mediante le vibrazioni di un diapason elettromagnetico.

G. POLONI. *Sulla resistenza al passaggio della corrente voltaica in un filo di ferro a diverse temperature.* — Mercè un ponte di Wheastone l'A. determina le resistenze di due fili di ferro lunghi di 1, e 2 metri a diverse temperature, i quali erano tesi in un tubo d'ottone ripieno di olio. La resistenza era fra 20° e 300°

$$R = 100 (1 + 0,005641) (t - 20).$$

Il coefficiente d'aumento 0,005641 è perciò maggiore di quello trovato da altri sperimentatori, circa 0,0045. La conducibilità del ferro decresce uniformemente fino a 300°, mentre il magnetismo dell'acciaio diminuisce rapidamente fino a 200°, poi lentamente fino a 300°. Determinando l'aumento di resistenza di un filo che venga scaldato in un punto solo a diverse temperature si può, dalle variazioni della resistenza elettrica, dedurre il coefficiente della conducibilità termica alle diverse temperature, come l'A. dimostra con un semplice calcolo.

GUGLIELMO. *Sulla evaporazione dell'acqua e sull'assorbimento del vapore acqueo per effetto delle soluzioni saline.* — L'A. poneva una soluzione salina in un bicchiere nel centro del cui fondo sta fermato con ceralacca un tubo corto e un po' largo, che serviva di sostegno ad un altro tubo chiuso in fondo,

contenente l'acqua distillata. Una scala divisa in millimetri situata lungo il tubo serviva a misurare la distanza del vertice del menisco, formato dall'acqua, dall'orlo del tubo. Chiuso accuratamente il bicchiere con un disco di vetro e con grasso, veniva posto in un largo vaso avente uno strato di circa quattro o cinque centimetri d'acqua insieme con altri bicchieri simili in cui variava o la natura delle soluzioni, o le dimensioni del tubo ec. Ognuno dei tubi veniva pesato in principio ed in fine di ogni esperienza.

Dall'equazioni di Stefan per la diffusione dei gas (*Wien. Ber.* 1871 e 1873) ne segue che il volume del gas o vapore preso a 0° e 760^{mm} che attraversa nell'unità di tempo una sezione normale è espresso da

$$(A) \quad v = \frac{k s}{h} \log \frac{p - p'}{p - p''}$$

ove h è la distanza di due sezioni normali in cui le tensioni del primo gas sono p' e p'' , p la pressione dei due gas, s la sezione e k un coefficiente costante per ogni coppia di gas. Nel caso dell'A. p' e p'' sono le tensioni del vapore della soluzione salina e dell'acqua distillata, p la pressione atmosferica. I risultati dell'esperienze furono: 1°. La quantità di acqua evaporata è proporzionale inversamente alla lunghezza, ridotta a sezione uniforme, del tratto d'aria interposto fra la soluzione salina e l'acqua; conformemente alla formula (A). 2°. I risultati delle ricerche sull'influenza della sezione del tubo ed insieme della distanza del livello dell'acqua dall'orlo; della tensione del vapore della soluzione salina; e del gas in cui avviene l'evaporazione (e precisamente nell'idrogeno, e nell'acido carbonico) sono soddisfacentemente concordanti con quelli che si deducono dalla formula (A).

Le soluzioni adoperate furono quelle di cloruro sodico, solfato sodico, cloruro calcico, acido solforico, glicerina, gomma arabica.

INDICE

Sul calore sviluppato da una corrente durante il periodo variabile — Memoria di EUGENIO BAZZI	pag. 5
Sopra una spiegazione data dal <i>Belli</i> della adesione fra due lamine di vetro — EILHARD WIEDEMANN	" 34
Sopra il ritardo nella smagnetizzazione del ferro prodotto dalle correnti indotte nel- la sua massa — Dott. ENRICO STRACCIATI	" 35
Una sperienza di corso — Prof. E. FOSSATI	" 57
Sul valore dinamico di una caloria — Nota di G. CANTONI e G. GEROSA	" 60
Nota sopra una Memoria del sig. <i>Glan</i> , „ Sulla densità dell'etere luminoso „ — EILHARD WIEDEMANN	" 86
Sulla condensazione dei liquidi sui corpi solidi — EILHARD WIEDEMANN	" 87
Sulla coesione vera dei liquidi — EILHARD WIEDEMANN	" 88
Studi sulla riflessione cristallina — GIUSEPPE BASSO	" 89
Sulla determinazione del coefficiente di diffusione del vapor acqueo nell'aria, nel- l'idrogeno e nell'acido carbonico — Nota del Dott. GIOVANNI GUGLIELMO	" 104
Sulle apparenze elettrochimiche alla superficie di un cilindro — Studio teorico del Dott. VITO VOLTERRA	" 119
Sulla lunghezza di una o più scintille elettriche di un condensatore e sulle modi- ficazioni che esse subiscono per effetto delle varie resistenze introdotte nel cir- cuito di scarica — VII. Memoria del Prof. EMILIO VILLARI	" 140
proposito di una nota di E. Wiedemann — E. FOSSATI	" 161
Su la elettrolisi delle soluzioni di fenolo con elettrodi di carbone e di platino — Memoria di A. BARTOLI e G. PAPASOGLI	" 185
Esperienza da lezione per dimostrare un teorema di <i>Riemann</i> sulla elettrostatica — Prof. ADOLFO BARTOLI	" 209
Sulla teoria degli strati magnetici — Nota di E. BELTRAMI	" 213
Sull'energia cinetica di una massa aeriforme immobile ed isolata nello spazio — P. DOMENINI	" 229
Sulla lunghezza di una o più scintille elettriche di un condensatore e sulle modifi- cazioni che esse subiscono per effetto delle varie resistenze introdotte nel cir- cuito di scarica — VII. Memoria del Prof. EMILIO VILLARI	" 232

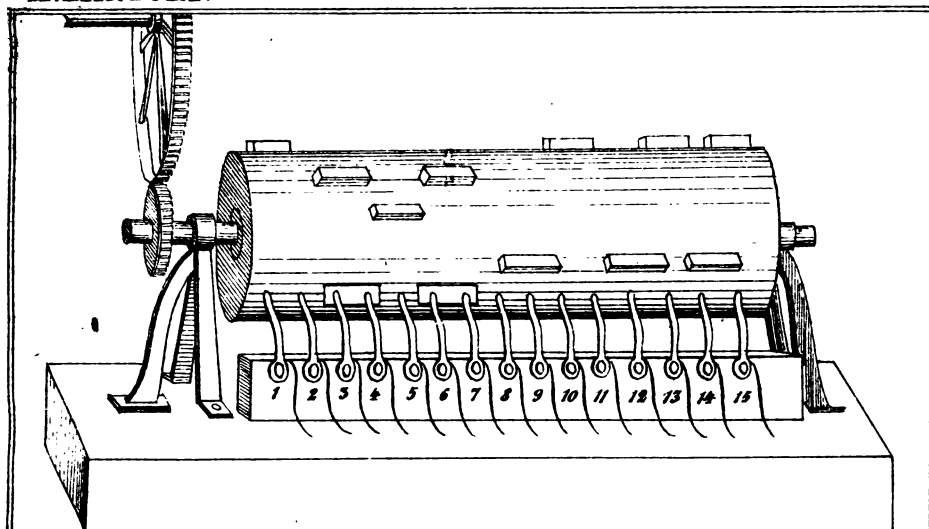
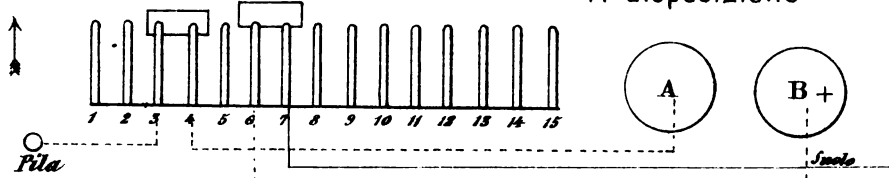
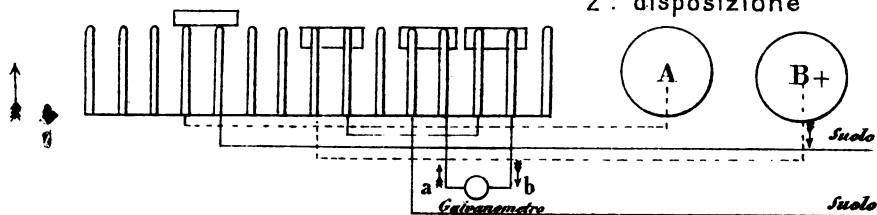
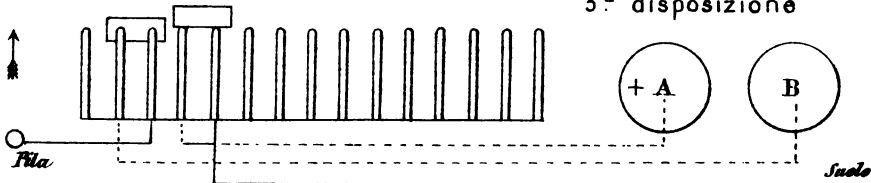
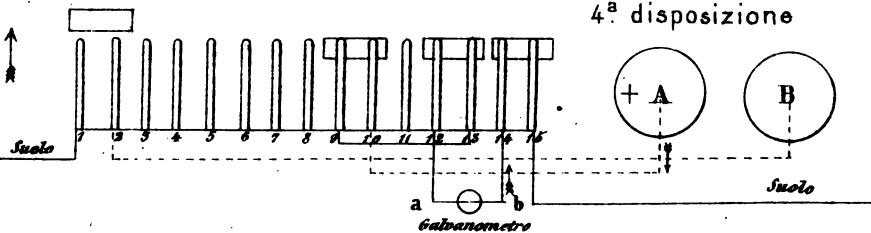
RIVISTA

E. H. AMAGAT. Sopra le esperienze per determinare la compressibilità dell'azoto „	163
Ed. SARASIN. Indici di refrazione ordinaria e straordinaria dello spato d'Islanda, per i raggi diversi, fino all'estremo ultravioletto	" 164
M. QUET. Le forze d'induzione sviluppate dal sole nei corpi, in „virtù della sua	

rotazione, a condizioni uguali variano in ragione inversa del quadrato della distanza	p. g. 164
G. LIPPMANN. Sopra la teoria dei doppi strati elettrici dell' Helmholtz. Calcolo della grandezza dell' intervallo molecolare	" 165
D. TOMMASI. Sopra la elettrolisi dell' acido cloridrico	" 166
G. WIEDEMANN. Die Lehre von der Elektrizität	" ivi
G. CABANELLAS. Nel trasporto dell' energia con due macchine dinamo elettriche identiche, l' utile è uguale al prodotto del rapporto delle velocità pel rapporto dei campi	" ivi
ALLARD, JOUBERT, LE BLANC, POTIER, TRESCA. Risultati dell' esperienze fatte all' Esposizione di elettricità sopra le macchine ed i regolatori a corrente continua	" ivi
A. LEDIEU. Concetto razionale della natura e della propagazione della elettricità ec.	" 168
G. A. HIRN. Sopra la efficacia dei parafulmini	" ivi
CHATRIAN e JACOBS. Applicazione della legge sui colori complementari, alla decolorazione passeggera dei diamanti colorati in giallo	" ivi
M. DEPREZ. Nuove espressioni del rendimento economico dei motori elettrici	" ivi
A. CORNU. Sopra il confronto fra le strie telluriche e le metalliche, per valutare i poteri assorbenti dell' atmosfera	" ivi
G. CABANELLAS. Risultati erronei ai quali, per le macchine dinamo elettriche, condurrebbero le espressioni meccaniche del lavoro e del rendimento dei motori, proposte da M. Deprez	" 170
ALLARD, LE BLANC, JOUBERT, POTIER, TRESCA. Risultati delle esperienze fatte all' Esposizione della Elettricità, sopra le macchine ed i regolatori a correnti alternative	" ivi
MAURIZIO LEVY. Sopra la relazione fra la forza elettromotrice di una macchina dinamo elettrica e la sua velocità di rotazione	" 171
M. CRAFTS. Sul confronto dei termometri a mercurio col termometro a idrogeno	" 172
ALLARD, LE BLANC, JOUBERT, POTIER, TRESCA. Risultati delle esperienze sulle bugie elettriche, all' Esposizione della Elettricità	" ivi
J. JANSEN. Nota sopra le strie telluriche e sopra lo spettro del vapor d' acqua	" ivi
M. BEARD. Sopra le correnti prodotte dai nitrati in fusione ignea, a contatto del carbone rovente	" ivi
J. M. CRAFTS. Sopra la esattezza delle misure fatte col termometro a mercurio	" 173
C. DECHARME. Conclusioni delle esperienze idrodinamiche di imitazione dei fenomeni elettrici e magnetici. Risposta ad una nota di M. Ledieu	" ivi
J. PIERRE CURIE. Deformazioni elettriche del quarzo	" ivi
M. MASCART. Sopra la elettrizzazione dell' aria	" 174
ALLARD, LE BLANC, ec. Risultati delle esperienze fatte all' Esposizione di Elettricità sulle lampade a incandescenza	" ivi
A. LEDIEU. Risposta alle obiezioni del Decharme	" 175
MARCEL DEPREZ. Sui motori elettrici	" ivi
G. LIPPMANN. Espressioni generali della temperatura assoluta e della funzione di Carnot	" 176
E. ALLARD. Portata dei suoni nell' aria	" 177
E. CHEVREUL. Memoria sopra la visione dei colori, ec.	" 178
LOEWY e TRESCA. Notizia sopra un nuovo apparecchio di ottica per lo studio della flessione	" ivi
G. LIPPMANN. Metodo per la determinazione dell' Ohm, fondato sopra la induzione prodotta dallo spostamento di un magnete	" ivi
M. BEARD. Sopra le correnti prodotte dai nitrati in fusione ignea, in contatto dei carboni incandescenti	" 179
A. RIGHI. Spostamenti e deformazioni delle scintille in virtù di azioni elettriche	" ivi
A. CROVA. Sulla fotometria solare	" ivi
C. DECHARME. Risposta a M. Ledieu, relativamente alle analogie fra i fenomeni idrodinamici e gli elettrici	" ivi

M. LIPPMANN. Metodo elettrodinamico per la misura dell'Ohm	pag. 179
H. LAGARDE. Misura della intensità fotometrica delle strie spettrali dell'idrogeno	ivi
LUCCI. Intorno alla influenza della magnetizzazione sulla conducibilità elettrica del ferro, in direzione assiale ed equatoriale	180
D. MAZZOTTO. Sulle variazioni della forza elettromotrice e della resistenza interna di una coppia idroelettrica attiva	181
A. SERPIERI. Il potenziale elettrico e la moderna teoria dei fenomeni elettrici	ivi
A. ETTINGSHAUSEN. Sopra le esperienze elettrodinamiche, fondamentali di Ampère	ivi
A. EMO. Sui calorigi specifici e sulle densità delle soluzioni di glicerina	ivi
C. CHISTONI. Sulla determinazione dell'umidità dell'aria per quanto importa alla meteorologia	182
E. R. FERRINI. Nuova disposizione del galvanometro dei quozienti. — X.	ivi
A. MICHELSON. Termometro ad aria le cui indicazioni sono indipendenti dalla pressione atmosferica	ivi
LE G. DE TROMELIN. Fisica senza apparecchi. Curioso esperimento con acqua, una candela e un pezzo di sapone	183
A. F. SUNDELL. Indice luminoso per lo spettroscopio	ivi
P. SAMUEL. Nuovo metodo per la misura della resistenza interna delle coppie	ivi
C. W. SIEMENS. Sulla conservazione del calore solare. — <i>Bazzi</i>	184
E. CHEVREUL. Memoria sulla visione dei colori materiali in moto rotatorio ec.	251
G. VAN DER MENSBRUGGE. L'olio agisce sulla houle e sul brisant?	ivi
A. LEDIEU. Esame della analogia fra gli anelli elettrochimici ed idrodinamici, e le curve $\Delta V = 0$. Miglior modo di discussione nel metodo sperimentale	252
E. MERCADIER e VASCHY. Osservazioni sulle espressioni delle grandezze elettriche nei sistemi elettrostatici ed elettromagnetici, e sopra le relazioni che se ne deducono	ivi
H. BEOQUEREL. Fosforografia della regione infrarossa dello spettro solare, e lunghezze d'onda delle principali strie	254
M. CROVA. Sulla fotometria solare	255
E. MERCADIER. Sopra una proprietà generale di un agente la di cui azione è proporzionale al prodotto delle quantità in presenza, ed a una potenza qualunque della distanza	ivi
M. BRILLOUIN. Metodo per la determinazione dell'Ohm	ivi
M. DEPREZ. Risposta ad una nota di <i>Maurizio Levy</i>	256
P. LE CORDIER. Teoria delle azioni elettrodinamiche le più generali possibili ad osservarsi	ivi
TH. DU MONCEL. Sopra i caratteri delle correnti indotte dai moti relativi di due corpi magnetici, parallelamente al loro asse	ivi
M. LEVY. Sopra una nota dei <i>MM. Mercadier e Vaschy</i> relativa ad una conseguenza che può dedursi dalle relazioni fra le grandezze elettriche	257
E. MERCADIER e VASCHY. Osservazioni sopra la espressione delle grandezze elettriche nei sistemi elettrostatici ed elettromagnetici, e sopra le relazioni che se ne deducono. Seconda nota	ivi
I. VIOLLE. Osservazioni sopra una ultima comunicazione di <i>M. C. W. Siemens</i>	ivi
CH. CROS e A. VERGERAUD. Prove fotografiche positive, sopra carta, ottenute direttamente	258
M. LEVY. Risposta ad una nota di <i>M. Deprez</i>	ivi
E. MERCADIER e VASCHY. Risposta alle osservazioni di <i>M. Levy</i>	259
E. SEMMOLA. Nuove esperienze sulla elettrolisi	ivi
MM. THOLLON e GOUY. Spostamento delle strie del sodio, nello spettro della grande cometa del 1882	ivi
C. TIMIRIAZEFF. Distribuzione della energia nello spettro solare e la clorofilla	ivi
M. QUET. Azion magnetica del sole sulla terra e sui pianeti	260
J. JAMIN. Sopra la differenza delle pressioni barometriche in due punti di una stessa verticale	ivi

M. LEVY. Sopra la teoria e le esperienze di <i>MM. Mercadier e Waschy</i>	pag. 260
I. MOSER. Metodo per rinforzare le correnti telefoniche	„ 261
M. TRESCA. Risultati delle esperienze fatte nelle officine della strada ferrata del Nord, sul trasporto elettrico del lavoro a grandi distanze, di <i>M. Deprez</i>	„ ivi
DE CHARDONNET. Visione dei raggi ultravioletti	„ ivi
E. HOSPITALIER. Influenza del modo di accoppiamento delle macchine dinamo elettriche, nel trasporto della forza	„ 262
M. TRESCA. Risultati di una nuova serie di esperienze sopra gli apparecchi pel trasporto del lavoro meccanico, e posti alla ferrata del nord, dal <i>Deprez</i>	„ ivi
M. MASCART. Osservazioni sulla precedente comunicazione di <i>M. Chardonnet</i>	„ ivi
M. JOUBERT. Sopra la teoria delle macchine elettromagnetiche	„ ivi
E. ed H. BECQUEREL. Memoria sopra la temperatura alla superficie del suolo e della terra fino a 86 metri di profondità ec.	„ 263
M. GOUY. Sulla polarizzazione della luce diffratta	„ ivi
J. CHAPPUIS e CH. RIVIÈRE. Sopra gli indici di refrazione dei gas ad alte pressioni	„ 264
M. DEPREZ. Nuove equazioni relative al trasporto della forza	„ ivi
J. MOSEN. Trasporto della forza con batterie di apparecchi elettrici	„ 265
P. CHARPENTIER. Rendimento massimo di un motore a vapore	„ ivi
G. FOUSSEREAU. Influenza della tempra sulla resistenza elettrica del vetro	„ 267
M. TROUVÈ. Sopra una modificazione della pila al bicromato di potassa, per la illuminazione	„ 268
E. THOLLON. Sopra un nuovo collimatore	„ ivi
P. GABE. Sopra uno spettroscopio a fenditura inclinata	„ ivi
E. REYNIER. Osservazioni sulle cifre di consumazione dello zinco, indicate dal <i>Trouvè</i> per le pile a bicromato di potassa	„ 269
L. LEDIET. Unità della meccanica e della fisica	„ ivi
Rapporto sopra le macchine elettrodinamiche applicate alla trasmissione del lavoro meccanico	„ ivi
J. VIOLE. Sopra la radiazione dell'argento nel momento della sua solidificazione	„ 271
L. LAURENT. Sopra diversi apparecchi di ottica, destinati a verificare la esattezza delle superfici piane, parallele, perpendicolari ed oblique	„ ivi
CH. V. ZENGER. Spettroscopio a visione diretta, molto potente	„ ivi
E. PAUCHON. Sul limite superiore della percettibilità dei suoni	„ 272
M. TRÈVES. Sopra un mezzo per evitar le esplosioni delle caldaie	„ ivi
J. POLLARD. Sopra alcune esperienze fatte con le macchine dinamo elettriche	„ 273
M. TROUVÈ. Risposta alle osservazioni di <i>M. Reynier</i> relative alle pile al bicromato di potassa	„ ivi
P. LE CORDIER. Azioni meccaniche prodotte dai magneti e dal magnetismo terrestre. — X.	„ ivi
N. PILTSCHIKOFF. Determinazione dell'indice di refrazione dei fluidi mediante lenti liquide	„ ivi
Tagliatura elettrica del vetro	„ 274
E. WIEDEMANN. Una piccola modificazione al pyknometro	„ ivi
D. MAZZOTTO. Sulle calorie di riscaldamento e di fusione delle leghe facilmente fusibili	„ ivi
G. POLONI. Sulla resistenza al passaggio della corrente voltaica in un filo di ferro a diverse temperature	„ 275
GIULIELMO. Sulla evaporazione dell'acqua e sull'assorbimento del vapore acqueo per effetto delle soluzioni saline	„ ivi

1^a disposizione2^a disposizione3^a disposizione4^a disposizione

G. Papasogli dis.

111 181

M. LEVY. Sopra la teoria e le esperienze di MM. Mercadier e Waschy	pag. 260
J. MOSER. Metodo per rinforzare le correnti telefoniche	„ 261
M. TRESCA. Risultati delle esperienze fatte nelle officine della strada ferrata del Nord, sul trasporto elettrico del lavoro a grandi distanze, di M. Deprez	„ ivi
M. CHARDONNET. Visione dei raggi ultravioletti	„ ivi
E. HOSPITALIER. Influenza del modo di accoppiamento delle macchine dinamo-elettiche, nel trasporto della forza	„ 262
M. TRESCA. Risultati di una nuova serie di esperienze sopra gli apparecchi pel trasporto del lavoro meccanico, e posti alla ferrata del nord, dal Deprez	„ ivi
M. MASCART. Osservazioni sulla precedente comunicazione di M. Chardonnet	„ ivi
M. JOUBERT. Sopra la teoria delle macchine elettromagnetiche	„ ivi
E. ed H. BECQUEREL. Memoria sopra la temperatura alla superficie del suolo e della terra fino a 36 metri di profondità ec.	„ 263
M. GOUY. Sulla polarizzazione della luce diffratta	„ ivi
J. CHAPPUIS e CH. RIVIERE. Sopra gli indici di refrazione dei gas ad alte pressioni	„ 264
M. DEPREZ. Nuove equazioni relative al trasporto della forza	„ ivi
J. MOSEN. Trasporto della forza con batterie di apparecchi elettrici	„ 265
P. CHARPENTIER. Rendimento massimo di un motore a vapore	„ ivi
G. FOUSSEREAU. Influenza della tempra sulla resistenza elettrica del vetro	„ 267
M. TROUVÉ. Sopra una modificazione della pila al bicromato di potassa, per la illuminazione.	„ 268
E. THOLLON. Sopra un nuovo collimatore	„ ivi
F. GARBE. Sopra uno spettroscopio a fenditura inclinata	„ ivi
E. REYNIER. Osservazioni sulle cifre di consumazione dello zinco, indicate dal Trouvé per le pile a bicromato di potassa	„ 269
L. LEDIEU. Unità della meccanica e della fisica	„ ivi
Rapporto sopra le macchine elettrodinamiche applicate alla trasmissione del lavoro meccanico	„ ivi
J. VIOLE. Sopra la radiazione dell'argento nel momento della sua solidificazione	„ 271
L. LAURENT. Sopra diversi apparecchi di ottica, destinati a verificare la esattezza delle superfici piane, parallele, perpendicolari ed oblique	„ ivi
CH. V. ZENGER. Spettroscopio a visione diretta, molto potente	„ ivi
E. PAUCHON. Sul limite superiore della percettibilità dei suoni	„ 272
M. TRÉVES. Sopra un mezzo per evitar le esplosioni delle caldaie	„ ivi
J. POLLARD. Sopra alcune esperienze fatte con le macchine dinamo-elettiche	„ 273
M. TROUVÉ. Risposta alle osservazioni di M. Reynier relative alle pile al bicromato di potassa	„ ivi
P. LE CORDIER. Azioni meccaniche prodotte dai magneti e dal magnetismo terrestre. — X.	„ ivi
N. PILTSCHEKOFF. Determinazione dell'indice di refrazione dei fluidi mediante lenti liquide	„ ivi
Tagliatura elettrica del vetro.	„ 274
E. WIEDEMANN. Una piccola modificazione al pyknometro	„ ivi
D. MAZZOTTO. Sulle calorie di riscaldamento e di fusione delle leghe facilmente fusibili	„ ivi
G. POLONI. Sulla resistenza al passaggio della corrente voltaica in un filo di ferro a diverse temperature	„ 275
GIUGIELMO. Sulla evaporazione dell'acqua e sull'assorbimento del vapore acqueo per effetto delle soluzioni saline. — Bazzi	„ ivi

PATTI D'ASSOCIAZIONE

Del NUOVO CIMENTO si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intero anno è fissato come segue:

Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50

Per l'Estero, come sopra » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente

P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al prof. *R. Felici.*

NOV 3 - 199

